



Prácticas

Sistemas Inteligentes I

Sesión 5. Lógica Proposicional

José A. Montenegro Montes

monte@lcc.uma.es

Resumen

- Ejercicios Lógica proposicional
 - Ejercicio 7.2
 - Ejercicio 7.7
 - Ejercicio 7.10
 - Ejercicio 7.12

AIMA

Práctica

Lógica proposicional

Ejercicio 7.2

Dado lo que sigue, ¿puedes demostrar que el unicornio es mítico? ¿Puedes demostrar que es mágico? ¿Puedes demostrar que tiene un cuerno?

Si el unicornio es mítico, entonces es inmortal, pero si no es mítico, entonces es un mamífero mortal. Si el unicornio es inmortal o un mamífero, entonces tiene un cuerno. El unicornio es mágico si tiene un cuerno.

Ejercicio 7.2

Si el unicornio es mítico, entonces es inmortal,

$\varphi_1: \text{Mitico} \Rightarrow \neg \text{Mortal}$

pero si no es mítico, entonces es un mamífero mortal.

$\varphi_2: \neg \text{Mitico} \Rightarrow \text{Mamifero} \wedge \text{Mortal}$

Si el unicornio es inmortal o un mamífero, entonces tiene un cuerno.

$\varphi_3: \neg \text{Mortal} \vee \text{Mamifero} \Rightarrow \text{Cuerno}$

El unicornio es mágico si tiene un cuerno.

$\varphi_4: \text{Cuerno} \Rightarrow \text{Mágico}$

a. Mítico? b. Mágico? c. Cuerno?

Ejercicio 7.2

φ_1 : Mitico \Rightarrow \neg Mortal

φ_2 : \neg Mitico \Rightarrow Mamifero \wedge Mortal

φ_3 : \neg Mortal \vee Mamifero \Rightarrow Cuerno

φ_4 : Cuerno \Rightarrow Mágico

φ_1 : \neg Mitico \vee \neg Mortal

φ_2 : Mitico \vee (Mamifero \wedge Mortal)

φ_{21} : Mitico \vee Mamifero

φ_{22} : Mitico \vee Mortal

φ_3 : \neg (\neg Mortal \vee Mamifero) \vee Cuerno. (Mortal \wedge \neg Mamifero) \vee Cuerno

φ_{31} : Mortal \vee Cuerno

φ_{32} : \neg Mamifero \vee Cuerno

φ_4 : \neg Cuerno \vee Mágico

Ejercicio 7.2

φ_1 : \neg Mitico \vee \neg Mortal

φ_{21} : Mitico \vee Mamifero

φ_{22} : Mitico \vee Mortal

φ_{31} : Mortal \vee Cuerno

φ_{32} : \neg Mamifero \vee Cuerno

φ_4 : \neg Cuerno \vee Mágico

Ejercicio 7.2

φ_1 : \neg Mitico \vee \neg Mortal

$\varphi_{2.1}$: Mitico \vee Mamifero

$\varphi_{2.2}$: Mitico \vee Mortal

$\varphi_{3.1}$: Mortal \vee Cuerno

$\varphi_{3.2}$: \neg Mamifero \vee Cuerno

φ_4 : \neg Cuerno \vee Mágico

~~~~~  
 **$\varphi_5$ :  $\neg$  Mitico**

$\varphi_6$ : Mamifero (5,2.1)

$\varphi_7$ : Mortal (5,2.2)

$\varphi_8$ :  $\neg$ Mitico (7,1)

$\varphi_9$ : Cuerno (6,3.2)

$\varphi_{10}$ : Magico (9,4)

$\varphi_{11}$ :  $\neg$ Mortal  $\vee$  Mamifero (1,2.1)

$\varphi_{12}$ : Mamifero (7,11)

..... No se deduce sea mítico ni que tampoco lo sea



# Ejercicio 7.2

$\varphi_1$ :  $\neg$ Mitico  $\vee$   $\neg$ Mortal

$\varphi_{2.1}$ : Mitico  $\vee$  Mamifero

$\varphi_{2.2}$ : Mitico  $\vee$  Mortal

$\varphi_{3.1}$ : Mortal  $\vee$  Cuerno

$\varphi_{3.2}$ :  $\neg$ Mamifero  $\vee$  Cuerno

$\varphi_4$ :  $\neg$ Cuerno  $\vee$  Mágico

////////////////////  
 $\varphi_5$ :  $\neg$  *Magico*

$\varphi_6$ :  $\neg$ Cuerno (5,4)

$\varphi_7$ :  $\neg$ Mamifero (6,3.2)

$\varphi_8$ : Mortal (6,3.1)

$\varphi_9$ : Mitico (7,2.1)

$\varphi_{10}$ :  $\neg$ Mitico (8,1)

$\varphi_{11}$ :  $\square$  (9, 10)

Éxito el Unicornio es mágico

# Ejercicio 7.2

$\varphi_1$ :  $\neg$ Mitico  $\vee$   $\neg$ Mortal

$\varphi_{2.1}$ : Mitico  $\vee$  Mamifero

$\varphi_{2.2}$ : Mitico  $\vee$  Mortal

$\varphi_{3.1}$ : Mortal  $\vee$  Cuerno

$\varphi_{3.2}$ :  $\neg$ Mamifero  $\vee$  Cuerno

$\varphi_4$ :  $\neg$ Cuerno  $\vee$  Mágico

~~~~~  
 φ_5 : \neg Cuerno

φ_6 : Mortal (5,3.1)

φ_7 : \neg Mamifero (5,3.2)

φ_8 : Mitico (7,2.1)

φ_9 : \neg Mortal (8,1)

φ_{10} : \square (6, 9)

Éxito el Unicornio tiene cuerno

Ejercicio 7.7

Sea un vocabulario con solamente cuatro proposiciones, A, B, C, y D. ¿Cuántos modelos hay para las siguientes fórmulas?

a. $B \vee C$

b. $\neg A \vee \neg B \vee \neg C \vee \neg D$

c. $(A \Rightarrow B) \wedge A \wedge \neg B \wedge C \wedge D$

Ejercicio 7.7

$2^4=16$ modelos

a. $B \vee C$

Es falso cuando B y C son falsos, solo ocurre en 4 modelos, por lo que $16-4 = 12$ modelos.

b. $\neg A \vee \neg B \vee \neg C \vee \neg D$

Falso cuando $A \wedge B \wedge C \wedge D$ solo ocurre 1 modelo, por lo que $16-1=15$

c. $(A \Rightarrow B) \wedge A \wedge \neg B \wedge C \wedge D$

$(\neg A \vee B) \wedge A \wedge \neg B \wedge C \wedge D$

Falso si $(A \wedge \neg B)$ 0 modelos

A	B	C	D
F	F	F	F
F	F	F	T
F	F	T	F
F	F	T	T
F	T	F	F
F	T	F	T
F	T	T	F
F	T	T	T
T	F	F	F
T	F	F	T
T	F	T	F
T	F	T	T
T	T	F	F
T	T	F	T
T	T	T	T
T	T	T	T

Ejercicio 7.10

Decide si las siguientes formulas son válidas, insatisfacibles, o ninguna de las dos cosas. Verifica tus decisiones por medio de tablas de verdad o bien con las reglas de equivalencia de la Figura 7.11 (página 249).

- a. $\text{Smoke} \Rightarrow \text{Smoke}$
- b. $\text{Smoke} \Rightarrow \text{Fire}$
- c. $(\text{Smoke} \Rightarrow \text{Fire}) \Rightarrow (\neg \text{Smoke} \Rightarrow \neg \text{Fire})$
- d. $\text{Smoke} \vee \text{Fire} \vee \neg \text{Fire}$
- e. $((\text{Smoke} \wedge \text{Heat}) \Rightarrow \text{Fire}) \Leftrightarrow ((\text{Smoke} \Rightarrow \text{Fire}) \vee (\text{Heat} \Rightarrow \text{Fire}))$
- f. $(\text{Smoke} \Rightarrow \text{Fire}) \Rightarrow ((\text{Smoke} \wedge \text{Heat}) \Rightarrow \text{Fire})$
- g. $\text{Big} \vee \text{Dumb} \vee (\text{Big} \Rightarrow \text{Dumb})$
- h. $(\text{Big} \wedge \text{Dumb}) \vee \neg \text{Dumb}$

Nota: El apartado (h) no aparece en la tercera edición, pero sí está en la segunda edición.

Ejercicio 7.10

$(\alpha \wedge \beta) \equiv (\beta \wedge \alpha)$	commutativity of \wedge
$(\alpha \vee \beta) \equiv (\beta \vee \alpha)$	commutativity of \vee
$((\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma) \equiv (\alpha \wedge (\beta \wedge \gamma))$	associativity of \wedge
$((\alpha \vee \beta) \vee \gamma) \equiv (\alpha \vee (\beta \vee \gamma))$	associativity of \vee
$\neg(\neg\alpha) \equiv \alpha$	double-negation elimination
$(\alpha \Rightarrow \beta) \equiv (\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha)$	contraposition
$(\alpha \Rightarrow \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \beta)$	implication elimination
$(\alpha \Leftrightarrow \beta) \equiv ((\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha))$	biconditional elimination
$\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \neg\beta)$	de Morgan
$\neg(\alpha \vee \beta) \equiv (\neg\alpha \wedge \neg\beta)$	de Morgan
$(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)) \equiv ((\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma))$	distributivity of \wedge over \vee
$(\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)) \equiv ((\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma))$	distributivity of \vee over \wedge

Figure 7.11 Standard logical equivalences. The symbols α , β , and γ stand for arbitrary sentences of propositional logic.

Ejercicio 7.10

a. Smoke \Rightarrow Smoke.

\neg Smoke \vee Smoke. **Válida**

b. Smoke \Rightarrow Fire

\neg Smoke \vee Fire. **Satisfacible**

c. (Smoke \Rightarrow Fire) \Rightarrow (\neg Smoke \Rightarrow \neg Fire)

(\neg Smoke \vee Fire) \Rightarrow (Smoke \vee \neg Fire)

\neg (\neg Smoke \vee Fire) \vee Smoke \vee \neg Fire

(Smoke \wedge \neg Fire) \vee Smoke \vee \neg Fire. **Satisfacible**

d. Smoke \vee Fire \vee \neg Fire

Smoke \vee True

True. **Válida**

Ejercicio 7.10

e. $((\text{Smoke} \wedge \text{Heat}) \Rightarrow \text{Fire}) \Leftrightarrow ((\text{Smoke} \Rightarrow \text{Fire}) \vee (\text{Heat} \Rightarrow \text{Fire}))$

$((\text{Smoke} \wedge \text{Heat}) \Rightarrow \text{Fire}) \Leftrightarrow ((\neg \text{Smoke} \vee \text{Fire}) \vee (\neg \text{Heat} \vee \text{Fire}))$

$((\text{Smoke} \wedge \text{Heat}) \Rightarrow \text{Fire}) \Leftrightarrow (\neg \text{Smoke} \vee \text{Fire} \vee \neg \text{Heat})$

$\Leftrightarrow (\neg(\text{Smoke} \wedge \text{Heat}) \vee \text{Fire})$

$\Leftrightarrow ((\text{Smoke} \wedge \text{Heat}) \Rightarrow \text{Fire}).$ **Válida**

f. $(\text{Smoke} \Rightarrow \text{Fire}) \Rightarrow ((\text{Smoke} \wedge \text{Heat}) \Rightarrow \text{Fire})$

$(\neg \text{Smoke} \vee \text{Fire}) \Rightarrow (\neg(\text{Smoke} \wedge \text{Heat}) \vee \text{Fire})$

$(\neg \text{Smoke} \vee \text{Fire}) \Rightarrow (\neg \text{Smoke} \vee \text{Heat} \vee \text{Fire})$

$\neg(\neg \text{Smoke} \vee \text{Fire}) \vee (\neg \text{Smoke} \vee \text{Heat} \vee \text{Fire})$

$(\text{Smoke} \wedge \text{Fire}) \vee \neg \text{Smoke} \vee \text{Heat} \vee \text{Fire}.$ **Satisfacible**

Ejercicio 7.10

g. $\text{Big} \vee \text{Dumb} \vee (\text{Big} \Rightarrow \text{Dumb})$

$\text{Big} \vee \text{Dumb} \vee (\neg \text{Big} \vee \text{Dumb})$

$\text{Big} \vee \text{Dumb} \vee \neg \text{Big}$.

$\text{True} \vee \text{Dumb}$. **Válida**

h. $(\text{Big} \wedge \text{Dumb}) \vee \neg \text{Dumb}$

$(\text{Big} \vee \neg \text{Dumb}) \wedge (\text{Dumb} \vee \neg \text{Dumb})$

$(\text{Big} \vee \neg \text{Dumb}) \wedge \text{True}$

$(\text{Big} \vee \neg \text{Dumb})$. **Satisfacible**

Ejercicio 7.12

Convierte el siguiente conjunto de formulas a forma clausal.

$$S1: A \Leftrightarrow (B \vee E)$$

$$S2: E \Rightarrow D$$

$$S3: C \wedge F \Rightarrow \neg B$$

$$S4: E \Rightarrow B$$

$$S5: B \Rightarrow F$$

$$S6: B \Rightarrow C$$

A continuación usa resolución para demostrar $\neg A \wedge \neg C$.

Ejercicio 7.12

$$S1: A \Leftrightarrow (B \vee E)$$

$$(A \Rightarrow (B \vee E)) \wedge ((B \vee E) \Rightarrow A)$$

$$(\neg A \vee (B \vee E)) \wedge (\neg(B \vee E) \vee A)$$

$$(\neg A \vee (B \vee E)) \wedge (\neg B \wedge \neg E) \vee A$$

$$(\neg A \vee B \vee E) \wedge (\neg B \vee A) \wedge (\neg E \vee A)$$

$$S2: E \Rightarrow D . (\neg E \vee D)$$

$$S3: C \wedge F \Rightarrow \neg B$$

$$\neg(C \wedge F) \vee \neg B$$

$$\neg C \vee \neg F \vee \neg B$$

$$S4: E \Rightarrow B . (\neg E \vee B)$$

$$S5: B \Rightarrow F . (\neg B \vee F)$$

$$S6: B \Rightarrow C . (\neg B \vee C)$$

A continuación usa resolución para demostrar $\neg A \wedge \neg C$.

Ejercicio 7.12

S1: $(\neg A \vee B \vee E) \wedge (\neg B \vee A) \wedge (\neg E \vee A)$

S2: $(\neg E \vee D)$

S3: $\neg C \vee \neg F \vee \neg B$

S4: $(\neg E \vee B)$

S5: $(\neg B \vee F)$

S6: $(\neg B \vee C)$

S7: $\neg A \wedge \neg C.$

Tenemos que S7: C o S7: A

Ejercicio 7.12

S1.1: $(\neg A \vee B \vee E)$

S1.2: $(\neg B \vee A)$

S1.3: $(\neg E \vee A)$

S2: $(\neg E \vee D)$

S3: $\neg C \vee \neg F \vee \neg B$

S4: $(\neg E \vee B)$

S5: $(\neg B \vee F)$

S6: $(\neg B \vee C)$

S7: C

S8: B (1.1,1.3)

S9: $\neg F \vee \neg C$ (8,3)

S10: F (8,5)

S11: $\neg C$ (9,10)

S12: \square (7, 11)

Ejercicio 7.12

S1.1: $(\neg A \vee B \vee E)$

S1.2: $(\neg B \vee A)$

S1.3: $(\neg E \vee A)$

S2: $(\neg E \vee D)$

S3: $\neg C \vee \neg F \vee \neg B$

S4: $(\neg E \vee B)$

S5: $(\neg B \vee F)$

S6: $(\neg B \vee C)$

S7: A

.....

S8: $(B \vee E)$ (7,1.1)

S9: B (8,4)

S10: C (9,6)

S11: F (9,5)

S12: $\neg C \vee \neg B$ (11,3)

S13: $\neg C$ (9,12)

S14: \square (10, 13)