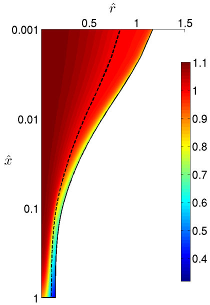
Numerical simulation of the molecular orientation and degree of crystallization of semi–crystalline fibres



Autor: **Francisco José Blanco Rodríguez**
Director: **Dr. Juan I. Ramos**

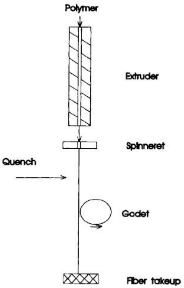
Depto. de Lenguajes y Ciencias de la Computación
E.T.S.I. Industriales, Universidad de Málaga

23 de marzo de 2012, *12:00 h.*
Lugar: **Sala de Grados B**

Contenidos

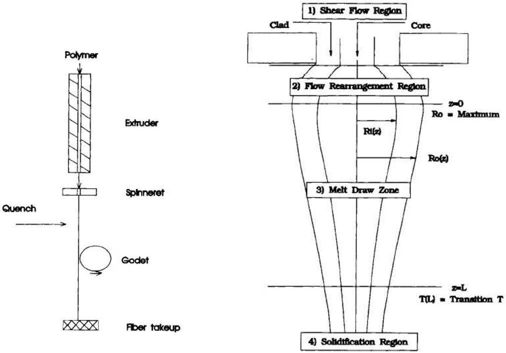
1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

Involucra la extrusión y el estirado de una preforma cilíndrica de líquido. Se distinguen cuatro regiones.



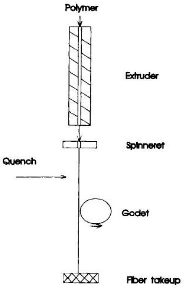
1. Región de flujo confinado.
2. Región de reorganización del flujo.
3. **Zona de estirado de la fibra.**
4. Región de solidificación.

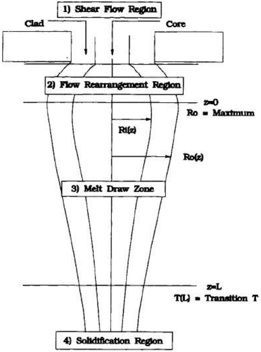
Involucra la extrusión y el estirado de una preforma cilíndrica de líquido. Se distinguen cuatro regiones.



1. Región de flujo confinado.
2. Región de reorganización del flujo.
3. **Zona de estirado de la fibra.**
4. Región de solidificación.

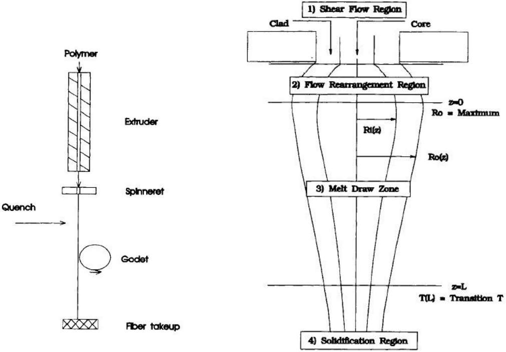
Involucra la extrusión y el estirado de una preforma cilíndrica de líquido. Se distinguen cuatro regiones.





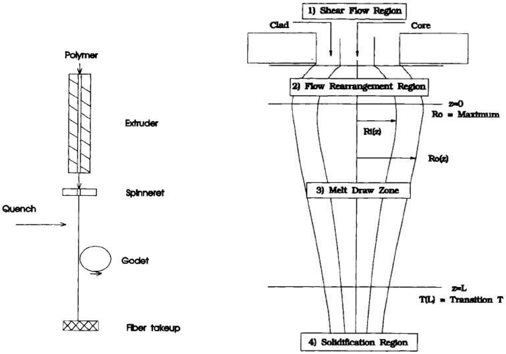
1. Región de flujo confinado.
2. Región de reorganización del flujo.
3. **Zona de estirado de la fibra.**
4. Región de solidificación.

Involucra la extrusión y el estirado de una preforma cilíndrica de líquido. Se distinguen cuatro regiones.



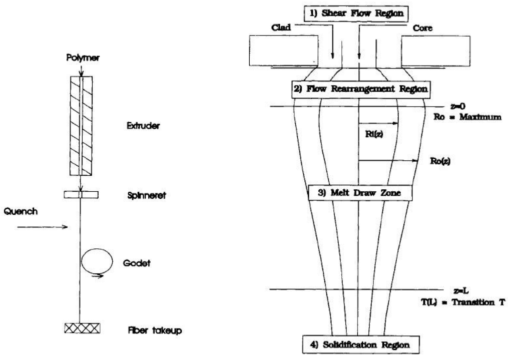
1. Región de flujo confinado.
2. Región de reorganización del flujo.
3. Zona de estirado de la fibra.
4. Región de solidificación.

Involucra la extrusión y el estirado de una preforma cilíndrica de líquido. Se distinguen cuatro regiones.



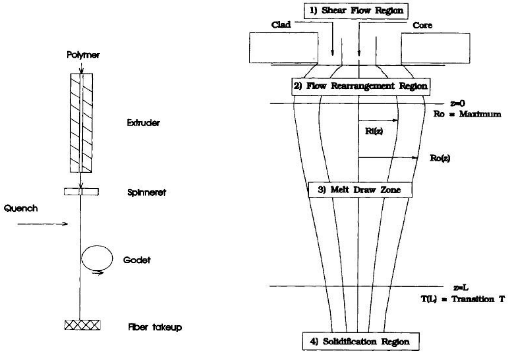
1. Región de flujo confinado.
2. Región de reorganización del flujo.
3. **Zona de estirado de la fibra.**
4. Región de solidificación.

Involucra la extrusión y el estirado de una preforma cilíndrica de líquido. Se distinguen cuatro regiones.



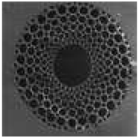
1. Región de flujo confinado.
2. Región de reorganización del flujo.
3. **Zona de estirado de la fibra.**
4. Región de solidificación.

Involucra la extrusión y el estirado de una preforma cilíndrica de líquido. Se distinguen cuatro regiones.

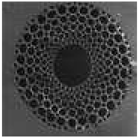


1. Región de flujo confinado.
2. Región de reorganización del flujo.
3. **Zona de estirado de la fibra.**
4. Región de solidificación.

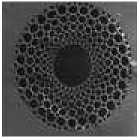
- Gran interés en los últimos años por la fabricación MOF.
- Diferentes procesos de fabricación mediante torres de estirado.
- Uso de polímeros (POF).
- Correcto modelado del proceso de estirado.
- Aplicaciones
  1. **Industria de las telecomunicaciones**: Transmisión de datos.
  2. **Industria química**: Procesos de filtración y separación.
  3. **Industria biomédica**: cirugía por laser, ingeniería de tejidos, prótesis...
  4. **Industria textil**



- Gran interés en los últimos años por la fabricación MOF.
- Diferentes procesos de fabricación mediante torres de estirado.
- Uso de polímeros (POF).
- Correcto modelado del proceso de estirado.
- Aplicaciones
  1. **Industria de las telecomunicaciones**: Transmisión de datos.
  2. **Industria química**: Procesos de filtración y separación.
  3. **Industria biomédica**: cirugía por laser, ingeniería de tejidos, prótesis...
  4. **Industria textil**

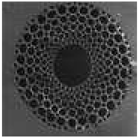


- Gran interés en los últimos años por la fabricación MOF.
- Diferentes procesos de fabricación mediante torres de estirado.
- Uso de polímeros (POF).
- Correcto modelado del proceso de estirado.
- Aplicaciones
  1. **Industria de las telecomunicaciones**: Transmisión de datos.
  2. **Industria química**: Procesos de filtración y separación.
  3. **Industria biomédica**: cirugía por laser, ingeniería de tejidos, prótesis...
  4. **Industria textil**

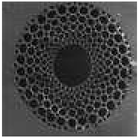


Introducción
Aplicaciones y características del proceso

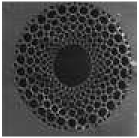
- Gran interés en los últimos años por la fabricación MOF.
- Diferentes procesos de fabricación mediante torres de estirado.
- Uso de polímeros (POF).
- Correcto modelado del proceso de estirado.
- Aplicaciones
  1. **Industria de las telecomunicaciones**: Transmisión de datos.
  2. **Industria química**: Procesos de filtración y separación.
  3. **Industria biomédica**: cirugía por laser, ingeniería de tejidos, prótesis...
  4. **Industria textil**



- Gran interés en los últimos años por la fabricación MOF.
- Diferentes procesos de fabricación mediante torres de estirado.
- Uso de polímeros (POF).
- Correcto modelado del proceso de estirado.
- Aplicaciones
  1. **Industria de las telecomunicaciones**: Transmisión de datos.
  2. **Industria química**: Procesos de filtración y separación.
  3. **Industria biomédica**: cirugía por laser, ingeniería de tejidos, prótesis...
  4. **Industria textil**

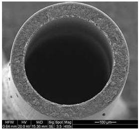


- Gran interés en los últimos años por la fabricación MOF.
- Diferentes procesos de fabricación mediante torres de estirado.
- Uso de polímeros (POF).
- Correcto modelado del proceso de estirado.
- Aplicaciones
  1. **Industria de las telecomunicaciones**: Transmisión de datos.
  2. **Industria química**: Procesos de filtración y separación.
  3. **Industria biomédica**: cirugía por laser, ingeniería de tejidos, prótesis...
  4. **Industria textil**



Aplicaciones y características del proceso

- Gran interés en los últimos años por la fabricación MOF.
- Diferentes procesos de fabricación mediante torres de estirado.
- Uso de polímeros (POF).
- Correcto modelado del proceso de estirado.
- Aplicaciones
  1. **Industria de las telecomunicaciones**: Transmisión de datos.
  2. **Industria química**: Procesos de filtración y separación.
  3. **Industria biomédica**: cirugía por laser, ingeniería de tejidos, prótesis...
  4. **Industria textil**



- Gran interés en los últimos años por la fabricación MOF.
- Diferentes procesos de fabricación mediante torres de estirado.
- Uso de polímeros (POF).
- Correcto modelado del proceso de estirado.
- Aplicaciones
  1. **Industria de las telecomunicaciones**: Transmisión de datos.
  2. **Industria química**: Procesos de filtración y separación.
  3. **Industria biomédica**: cirugía por laser, ingeniería de tejidos, prótesis...
  4. **Industria textil**

- Gran interés en los últimos años por la fabricación MOF.
- Diferentes procesos de fabricación mediante torres de estirado.
- Uso de polímeros (POF).
- Correcto modelado del proceso de estirado.
- Aplicaciones
  1. **Industria de las telecomunicaciones**: Transmisión de datos.
  2. **Industria química**: Procesos de filtración y separación.
  3. **Industria biomédica**: cirugía por laser, ingeniería de tejidos, prótesis...
  4. **Industria textil**

Fibras compuestas

1. Uso de métodos de perturbaciones para fibras compuestas isotermas para $De << 1$.
2. Lee y Park estudiaron la estabilidad del modelo de Park.
3. Desarrollo de modelos de fibras compuestas isotermas basado en métodos asintóticos.
4. Inclusión de fenómenos de orientación molecular y cristalización para fibras compuestas usando parámetro de orden

Modelos 1–D $\Rightarrow$ No variaciones radiales.

Fibras compuestas

1. Uso de métodos de perturbaciones para fibras compuestas isotermas para $De << 1$.
2. Lee y Park estudiaron la estabilidad del modelo de Park.
3. Desarrollo de modelos de fibras compuestas isotermas basado en métodos asintóticos.
4. Inclusión de fenómenos de orientación molecular y cristalización para fibras compuestas usando parámetro de orden

Modelos 1–D $\Rightarrow$ No variaciones radiales.

Fibras compuestas

1. Uso de métodos de perturbaciones para fibras compuestas isotermas para $De << 1$.
2. Lee y Park estudiaron la estabilidad del modelo de Park.
3. Desarrollo de modelos de fibras compuestas isotermas basado en métodos asintóticos.
4. Inclusión de fenómenos de orientación molecular y cristalización para fibras compuestas usando parámetro de orden

Modelos 1–D $\Rightarrow$ No variaciones radiales.

Fibras compuestas

1. Uso de métodos de perturbaciones para fibras compuestas isotermas para $De << 1$.
2. Lee y Park estudiaron la estabilidad del modelo de Park.
3. Desarrollo de modelos de fibras compuestas isotermas basado en métodos asintóticos.
4. Inclusión de fenómenos de orientación molecular y cristalización para fibras compuestas usando parámetro de orden

Modelos 1–D $\Rightarrow$ No variaciones radiales.

Fibras compuestas

1. Uso de métodos de perturbaciones para fibras compuestas isotermas para $De << 1$.
2. Lee y Park estudiaron la estabilidad del modelo de Park.
3. Desarrollo de modelos de fibras compuestas isotermas basado en métodos asintóticos.
4. Inclusión de fenómenos de orientación molecular y cristalización para fibras compuestas usando parámetro de orden

Modelos 1–D $\Rightarrow$ No variaciones radiales.

Fibras compuestas

1. Uso de métodos de perturbaciones para fibras compuestas isotermas para $De << 1$.
2. Lee y Park estudiaron la estabilidad del modelo de Park.
3. Desarrollo de modelos de fibras compuestas isotermas basado en métodos asintóticos.
4. Inclusión de fenómenos de orientación molecular y cristalización para fibras compuestas usando parámetro de orden

Modelos 1–D $\Rightarrow$ No variaciones radiales.

Fibras anulares compuestas

1. Análisis de flujos axilsimétricos estacionarios de *films* isotermos a $Re << 1$.
2. Yeow estudió la estabilidad lineal del modelo de Pearson y Petrie.
3. Uso de un modelo de Cosserat unidimensional para el estudio de fibras ópticas huecas no isotermas.
4. Análisis asintótico basados en la esbeltez de las fibras de chorros líquidos anulares no isotermos a $Re << 1$.
5. Inclusión de fenómenos de orientación molecular y cristalización para fibras anulares compuestas usando parámetro de orden.

Fibras anulares compuestas

1. Análisis de flujos axilsimétricos estacionarios de *films* isotermos a $Re << 1$.
2. Yeow estudió la estabilidad lineal del modelo de Pearson y Petrie.
3. Uso de un modelo de Cosserat unidimensional para el estudio de fibras ópticas huecas no isotermas.
4. Análisis asintótico basados en la esbeltez de las fibras de chorros líquidos anulares no isotermos a $Re << 1$.
5. Inclusión de fenómenos de orientación molecular y cristalización para fibras anulares compuestas usando parámetro de orden.

Fibras anulares compuestas

1. Análisis de flujos axilsimétricos estacionarios de *films* isotermos a $Re << 1$.
2. Yeow estudió la estabilidad lineal del modelo de Pearson y Petrie.
3. Uso de un modelo de Cosserat unidimensional para el estudio de fibras ópticas huecas no isotermas.
4. Análisis asintótico basados en la esbeltez de las fibras de chorros líquidos anulares no isotermos a $Re << 1$.
5. Inclusión de fenómenos de orientación molecular y cristalización para fibras anulares compuestas usando parámetro de orden.

Fibras anulares compuestas

1. Análisis de flujos axilsimétricos estacionarios de *films* isotermos a $Re << 1$.
2. Yeow estudió la estabilidad lineal del modelo de Pearson y Petrie.
3. Uso de un modelo de Cosserat unidimensional para el estudio de fibras ópticas huecas no isotermas.
4. Análisis asintótico basados en la esbeltez de las fibras de chorros líquidos anulares no isotermos a $Re << 1$.
5. Inclusión de fenómenos de orientación molecular y cristalización para fibras anulares compuestas usando parámetro de orden.

Fibras anulares compuestas

1. Análisis de flujos axilsimétricos estacionarios de *films* isotermos a $Re << 1$.
2. Yeow estudió la estabilidad lineal del modelo de Pearson y Petrie.
3. Uso de un modelo de Cosserat unidimensional para el estudio de fibras ópticas huecas no isotermas.
4. Análisis asintótico basados en la esbeltez de las fibras de chorros líquidos anulares no isotermos a $Re << 1$.
5. Inclusión de fenómenos de orientación molecular y cristalización para fibras anulares compuestas usando parámetro de orden.

Fibras anulares compuestas

1. Análisis de flujos axilsimétricos estacionarios de *films* isotermos a $Re << 1$.
2. Yeow estudió la estabilidad lineal del modelo de Pearson y Petrie.
3. Uso de un modelo de Cosserat unidimensional para el estudio de fibras ópticas huecas no isotermas.
4. Análisis asintótico basados en la esbeltez de las fibras de chorros líquidos anulares no isotermos a $Re << 1$.
5. Inclusión de fenómenos de orientación molecular y cristalización para fibras anulares compuestas usando parámetro de orden.

Estabilidad es un aspecto crítico para cualquier proceso de fabricación.

Melt fracture

1. Trae consigo superficies con rugosidades exageradas.
2. Si la distorsión de la superficie es muy severa ⇒ **Ruptura del filamento**
3. Mecanismo complejo y escasamente estudiado ⇒ ¿Dónde comienza?
4. Se cree asociado a deformaciones elásticas ⇒ Flujos no–Newtonianos

Estabilidad es un aspecto crítico para cualquier proceso de fabricación.

Melt fracture

1. Trae consigo superficies con rugosidades exageradas.
2. Si la distorsión de la superficie es muy severa ⇒ **Ruptura del filamento**
3. Mecanismo complejo y escasamente estudiado ⇒ ¿Dónde comienza?
4. Se cree asociado a deformaciones elásticas ⇒ Flujos no–Newtonianos

Estabilidad es un aspecto crítico para cualquier proceso de fabricación.

Melt fracture

1. Trae consigo superficies con rugosidades exageradas.
2. Si la distorsión de la superficie es muy severa $\Rightarrow$ **Ruptura del filamento**
3. Mecanismo complejo y escasamente estudiado $\Rightarrow$ ¿Dónde comienza?
4. Se cree asociado a deformaciones elásticas $\Rightarrow$ Flujos no–Newtonianos

Estabilidad es un aspecto crítico para cualquier proceso de fabricación.

Melt fracture

1. Trae consigo superficies con rugosidades exageradas.
2. Si la distorsión de la superficie es muy severa $\Rightarrow$ **Ruptura del filamento**
3. Mecanismo complejo y escasamente estudiado $\Rightarrow$ ¿Dónde comienza?
4. Se cree asociado a deformaciones elásticas $\Rightarrow$ Flujos no–Newtonianos

Estabilidad es un aspecto crítico para cualquier proceso de fabricación.

Melt fracture

1. Trae consigo superficies con rugosidades exageradas.
2. Si la distorsión de la superficie es muy severa ⇒ **Ruptura del filamento**
3. Mecanismo complejo y escasamente estudiado ⇒ ¿Dónde comienza?
4. Se cree asociado a deformaciones elásticas ⇒ Flujos no–Newtonianos

Estabilidad es un aspecto crítico para cualquier proceso de fabricación.

Melt fracture

1. Trae consigo superficies con rugosidades exageradas.
2. Si la distorsión de la superficie es muy severa $\Rightarrow$ **Ruptura del filamento**
3. Mecanismo complejo y escasamente estudiado $\Rightarrow$ ¿Dónde comienza?
4. Se cree asociado a deformaciones elásticas $\Rightarrow$ Flujos no–Newtonianos

Draw resonance

1. Caracterizado por variaciones periódicas en las dimensiones de la fibra.
2. Puede darse en fluidos Newtonianos ⇒ Tiene origen viscoso.
3. Se ha observado en procesos isotermos ⇒ $D_r^* \sim 20{,}22$
4. Mucho más complejo para fluidos no–Newtonianos ⇒ Depende de la reología
5. Fenómeno dinámico ⇒ Depende de la temperatura, inercia, gravedad, tensión superficial...

Tesis Doctoral
Francisco José Blanco Rodríguez
1.Introducción y objetivos
2.Modelado matemático
3.Modelo 1–D
4.Modelo 2–D
5.Resultados para fibras compuestas
6.Conclusions

Draw resonance

1. Caracterizado por variaciones periódicas en las dimensiones de la fibra.
2. Puede darse en fluidos Newtonianos ⇒ Tiene origen viscoso.
3. Se ha observado en procesos isotermos ⇒ $D_r^* \sim 20{,}22$
4. Mucho más complejo para fluidos no–Newtonianos ⇒ Depende de la reología
5. Fenómeno dinámico ⇒ Depende de la temperatura, inercia, gravedad, tensión superficial...

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos
2.Modelado matemático
3.Modelo 1–D
4.Modelo 2–D
5.Resultados para fibras compuestas
6.Conclusions

Draw resonance

1. Caracterizado por variaciones periódicas en las dimensiones de la fibra.
2. Puede darse en fluidos Newtonianos $\Rightarrow$ Tiene origen viscoso.
3. Se ha observado en procesos isotermos $\Rightarrow D_r^* \sim 20{,}22$
4. Mucho más complejo para fluidos no–Newtonianos $\Rightarrow$ Depende de la reología
5. Fenómeno dinámico $\Rightarrow$ Depende de la temperatura, inercia, gravedad, tensión superficial...

Draw resonance

1. Caracterizado por variaciones periódicas en las dimensiones de la fibra.
2. Puede darse en fluidos Newtonianos $\Rightarrow$ Tiene origen viscoso.
3. Se ha observado en procesos isotermos $\Rightarrow D_r^* \sim 20{,}22$
4. Mucho más complejo para fluidos no–Newtonianos $\Rightarrow$ Depende de la reología
5. Fenómeno dinámico $\Rightarrow$ Depende de la temperatura, inercia, gravedad, tensión superficial...

Draw resonance

1. Caracterizado por variaciones periódicas en las dimensiones de la fibra.
2. Puede darse en fluidos Newtonianos $\Rightarrow$ Tiene origen viscoso.
3. Se ha observado en procesos isotermos $\Rightarrow D_r^* \sim 20{,}22$
4. Mucho más complejo para fluidos no–Newtonianos $\Rightarrow$ Depende de la reología
5. Fenómeno dinámico $\Rightarrow$ Depende de la temperatura, inercia, gravedad, tensión superficial...

Draw resonance

1. Caracterizado por variaciones periódicas en las dimensiones de la fibra.
2. Puede darse en fluidos Newtonianos $\Rightarrow$ Tiene origen viscoso.
3. Se ha observado en procesos isotermos $\Rightarrow$ $D_r^* \sim 20{,}22$
4. Mucho más complejo para fluidos no–Newtonianos $\Rightarrow$ Depende de la reología
5. Fenómeno dinámico $\Rightarrow$ Depende de la temperatura, inercia, gravedad, tensión superficial...

Tesis Doctoral
Francisco José Blanco Rodríguez
1.Introducción y objetivos
2.Modelado matemático
3.Modelo 1–D
4.Modelo 2–D
5.Resultados para fibras compuestas
6.Conclusions

- Los polímeros que no cristalizan durante su enfriamiento por debajo de $T_g \Rightarrow$ **Amorfo**.
- Los polímeros con estructura regular u ordenada $\Rightarrow$ **Semicristalino**.
- La tasa de cristalización depende de la orientación molecular en el fundido.
- Proceso de cristalización es lento bajo condiciones estacionarias.
- Fluctuaciones de ρ en fase líquida crean núcleos (*clusters*).

Tesis Doctoral
Francisco José Blanco Rodríguez
1.Introducción y objetivos
2.Modelado matemático
3.Modelo 1–D
4.Modelo 2–D
5.Resultados para fibras compuestas
6.Conclusions

- Los polímeros que no cristalizan durante su enfriamiento por debajo de $T_g \Rightarrow$ **Amorfo**.
- Los polímeros con estructura regular u ordenada $\Rightarrow$ **Semicristalino**.
- La tasa de cristalización depende de la orientación molecular en el fundido.
- Proceso de cristalización es lento bajo condiciones estacionarias.
- Fluctuaciones de ρ en fase líquida crean núcleos (*clusters*).

- Los polímeros que no cristalizan durante su enfriamiento por debajo de $T_g \Rightarrow$ **Amorfo**.
- Los polímeros con estructura regular u ordenada $\Rightarrow$ **Semicristalino**.
- La tasa de cristalización depende de la orientación molecular en el fundido.
- Proceso de cristalización es lento bajo condiciones estacionarias.
- Fluctuaciones de ρ en fase líquida crean núcleos (*clusters*).

- Los polímeros que no cristalizan durante su enfriamiento por debajo de $T_g \Rightarrow$ **Amorfo**.
- Los polímeros con estructura regular u ordenada $\Rightarrow$ **Semicristalino**.
- La tasa de cristalización depende de la orientación molecular en el fundido.
- Proceso de cristalización es lento bajo condiciones estacionarias.
- Fluctuaciones de ρ en fase líquida crean núcleos (*clusters*).

- Los polímeros que no cristalizan durante su enfriamiento por debajo de T_g $\Rightarrow$ **Amorfo**.
- Los polímeros con estructura regular u ordenada $\Rightarrow$ **Semicristalino**.
- La tasa de cristalización depende de la orientación molecular en el fundido.
- Proceso de cristalización es lento bajo condiciones estacionarias.
- Fluctuaciones de ρ en fase líquida crean núcleos (*clusters*).

- Los polímeros que no cristalizan durante su enfriamiento por debajo de $T_g \Rightarrow$ **Amorfo**.
- Los polímeros con estructura regular u ordenada $\Rightarrow$ **Semicristalino**.
- La tasa de cristalización depende de la orientación molecular en el fundido.
- Proceso de cristalización es lento bajo condiciones estacionarias.
- Fluctuaciones de ρ en fase líquida crean núcleos (*clusters*).

- Los polímeros que no cristalizan durante su enfriamiento por debajo de T_g $\Rightarrow$ **Amorfo**.
- Los polímeros con estructura regular u ordenada $\Rightarrow$ **Semicristalino**.
- La tasa de cristalización depende de la orientación molecular en el fundido.
- Proceso de cristalización es lento bajo condiciones estacionarias.
- Fluctuaciones de ρ en fase líquida crean núcleos (*clusters*).

Nucleación

Fenómeno por el cual se crean núcleos con un tamaño mayor o igual que el *tamaño crítico*. Dos tipos: homogénea (sustancia pura) y heterogénea (presencia de impurezas).

Tesis Doctoral
Francisco José Blanco Rodríguez
1.Introducción y objetivos
2.Modelado matemático
3.Modelo 1–D
4.Modelo 2–D
5.Resultados para fibras compuestas
6.Conclusions

- Los polímeros que no cristalizan durante su enfriamiento por debajo de T_g $\Rightarrow$ **Amorfo**.
- Los polímeros con estructura regular u ordenada $\Rightarrow$ **Semicristalino**.
- La tasa de cristalización depende de la orientación molecular en el fundido.
- Proceso de cristalización es lento bajo condiciones estacionarias.
- Fluctuaciones de ρ en fase líquida crean núcleos (*clusters*).

Nucleación

Fenómeno por el cual se crean núcleos con un tamaño mayor o igual que el *tamaño crítico*. Dos tipos: homogénea (sustancia pura) y heterogénea (presencia de impurezas).

Crecimiento

Los núcleos con tamaños mayores que el crítico crecen mediante la adición de monómeros o actuando como sitios de nucleación heterogénea.

Proceso con dos características especiales:

- **Superficies libres**
  1. Presencia de hasta tres superficies libres (Fibras anulares compuestas).
  2. Deben ser resueltas junto a velocidad, presión, temperatura, orientación molecular y cristalización.
- **Die swell**
  1. Consideramos región de estirado $\Rightarrow$ Fenómeno de *die swell* obviado.

Proceso con dos características especiales:

- **Superficies libres**
  1. Presencia de hasta tres superficies libres (Fibras anulares compuestas).
  2. Deben ser resueltas junto a velocidad, presión, temperatura, orientación molecular y cristalización.
- **Die swell**
  1. Consideramos región de estirado ⇒ Fenómeno de *die swell* obviado.

Proceso con dos características especiales:

- **Superficies libres**
  1. Presencia de hasta tres superficies libres (Fibras anulares compuestas).
  2. Deben ser resueltas junto a velocidad, presión, temperatura, orientación molecular y cristalización.
- **Die swell**
  1. Consideramos región de estirado $\Rightarrow$ Fenómeno de *die swell* obviado.

Desarrollo de un modelo bidimensional simplificado o híbrido (1+1/2–D) para el estudio asintótico bidimensional de la fabricación de fibras axilsimétricas, tanto macizas como anulares, compuestas de líquidos poliméricos semicristalinos. Se derivan las ecuaciones 1–D para la geometría y velocidad axial de fibras esbeltas (*Thin Filament Equations*).

1. Mejora de los modelos de orientación molecular usando un **tensor de orientación molecular**.
2. Uso de la teoría de **Doi–Edwards** para la obtención de las ecuaciones que gobiernan las componentes del tensor.
3. Cinética de cristalización de **Avrami–Kolmogorov**.

Desarrollo de un modelo bidimensional simplificado o híbrido (1+1/2–D) para el estudio asintótico bidimensional de la fabricación de fibras axilsimétricas, tanto macizas como anulares, compuestas de líquidos poliméricos semicristalinos. Se derivan las ecuaciones 1–D para la geometría y velocidad axial de fibras esbeltas (*Thin Filament Equations*).

1. Mejora de los modelos de orientación molecular usando un **tensor de orientación molecular**.
2. Uso de la teoría de **Doi–Edwards** para la obtención de las ecuaciones que gobiernan las componentes del tensor.
3. Cinética de cristalización de **Avrami–Kolmogorov**.

Desarrollo de un modelo bidimensional simplificado o híbrido (1+1/2–D) para el estudio asintótico bidimensional de la fabricación de fibras axilsimétricas, tanto macizas como anulares, compuestas de líquidos poliméricos semicristalinos. Se derivan las ecuaciones 1–D para la geometría y velocidad axial de fibras esbeltas (*Thin Filament Equations*).

1. Mejora de los modelos de orientación molecular usando un **tensor de orientación molecular**.
2. Uso de la teoría de **Doi–Edwards** para la obtención de las ecuaciones que gobiernan las componentes del tensor.
3. Cinética de cristalización de **Avrami–Kolmogorov**.

Desarrollo de un modelo bidimensional simplificado o híbrido (1+1/2–D) para el estudio asintótico bidimensional de la fabricación de fibras axilsimétricas, tanto macizas como anulares, compuestas de líquidos poliméricos semicristalinos. Se derivan las ecuaciones 1–D para la geometría y velocidad axial de fibras esbeltas (*Thin Filament Equations*).

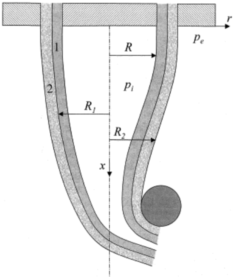
1. Mejora de los modelos de orientación molecular usando un **tensor de orientación molecular**.
2. Uso de la teoría de **Doi–Edwards** para la obtención de las ecuaciones que gobiernan las componentes del tensor.
3. Cinética de cristalización de **Avrami–Kolmogorov**.

Desarrollo de un modelo bidimensional simplificado o híbrido (1+1/2–D) para el estudio asintótico bidimensional de la fabricación de fibras axilsimétricas, tanto macizas como anulares, compuestas de líquidos poliméricos semicristalinos. Se derivan las ecuaciones 1–D para la geometría y velocidad axial de fibras esbeltas (*Thin Filament Equations*).

1. Mejora de los modelos de orientación molecular usando un **tensor de orientación molecular**.
2. Uso de la teoría de **Doi–Edwards** para la obtención de las ecuaciones que gobiernan las componentes del tensor.
3. Cinética de cristalización de **Avrami–Kolmogorov**.

2. MODELADO MATEMÁTICO

Ecuaciones fluido–dinámicas para fibras amorfas I



- Ecuación de conservación de la masa

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_i = 0 \qquad i = 1,\, 2$$

- Condición de axilsimetría

$$\mathbf{v}\cdot\boldsymbol{e}_{\theta} = 0 \Rightarrow \mathbf{v} = v(r,x,t)\,\boldsymbol{e_r} + u(r,x,t)\,\boldsymbol{e_x}$$

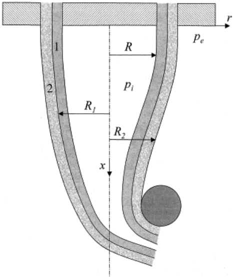
- Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento

$$\rho_i\,\mathcal{L}(\mathbf{v}_i) = -\nabla p_i + \nabla\cdot\boldsymbol{\tau}_i + \rho_i\cdot\mathbf{f}_i^m \qquad i = 1,\, 2$$

donde

$$\mathbf{f}^m = \mathbf{g} = g\,\boldsymbol{e}_x\,, \qquad \mathcal{L}(\alpha_i) \equiv \frac{\partial\alpha_i}{\partial t} + u_i\frac{\partial\alpha_i}{\partial x} + v_i\frac{\partial\alpha_i}{\partial r}$$

Formulación 2–D
Ecuaciones fluido–dinámicas para fibras amorfas I



- **Ecuación de conservación de la masa**

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_i = 0 \qquad i = 1,\, 2$$

- Condición de axilsimetría

$$\mathbf{v} \cdot \boldsymbol{e}_\theta = 0 \Rightarrow \mathbf{v} = v(r,x,t)\,\boldsymbol{e}_r + u(r,x,t)\,\boldsymbol{e}_x$$

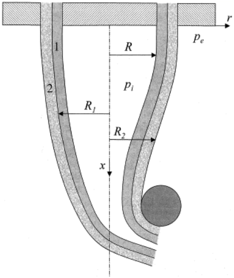
- Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento

$$\rho_i\,\mathcal{L}(\mathbf{v}_i) = -\nabla p_i + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_i + \rho_i \cdot \mathbf{f}_i^m \qquad i = 1,\, 2$$

donde

$$\mathbf{f}^m = \mathbf{g} = g\,\boldsymbol{e}_x, \qquad \mathcal{L}(\alpha_i) \equiv \frac{\partial \alpha_i}{\partial t} + u_i \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} + v_i \frac{\partial \alpha_i}{\partial r}$$

Ecuaciones fluido–dinámicas para fibras amorfas I



- **Ecuación de conservación de la masa**

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_i = 0 \qquad i = 1,\, 2$$

- **Condición de axilsimetría**

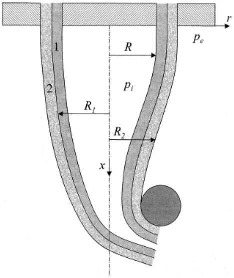
$$\mathbf{v}\cdot\boldsymbol{e_\theta} = 0 \Rightarrow \mathbf{v} = v(r,x,t)\,\boldsymbol{e_r} + u(r,x,t)\,\boldsymbol{e_x}$$

- **Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento**

$$\rho_i\,\mathcal{L}(\mathbf{v}_i) = -\nabla p_i + \nabla\cdot\boldsymbol{\tau}_i + \rho_i\cdot\mathbf{f}_i^m \qquad i = 1,\, 2$$

donde

$$\mathbf{f}^m = \mathbf{g} = g\,\boldsymbol{e_x}, \qquad \mathcal{L}(\alpha_i) \equiv \frac{\partial \alpha_i}{\partial t} + u_i\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} + v_i\frac{\partial \alpha_i}{\partial r}$$



- **Ecuación de conservación de la masa**

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_i = 0 \qquad i = 1,\, 2$$

- **Condición de axilsimetría**

$$\mathbf{v}\cdot\boldsymbol{e_\theta} = 0 \Rightarrow \mathbf{v} = v(r,x,t)\,\boldsymbol{e_r} + u(r,x,t)\,\boldsymbol{e_x}$$

- **Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento**

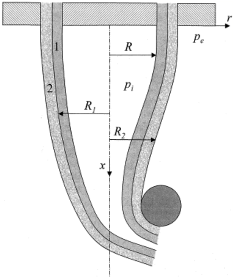
$$\rho_i\,\mathcal{L}(\mathbf{v}_i) = -\nabla p_i + \nabla\cdot\boldsymbol{\tau}_i + \rho_i\cdot\mathbf{f}_i^m \qquad i = 1,\, 2$$

donde

$$\mathbf{f}^m = \mathbf{g} = g\,\boldsymbol{e_x}, \qquad \mathcal{L}(\alpha_i) \equiv \frac{\partial \alpha_i}{\partial t} + u_i\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} + v_i\frac{\partial \alpha_i}{\partial r}$$

FORMULACIÓN 2–D

Ecuaciones fluido–dinámicas para fibras amorfas I



- **Ecuación de conservación de la masa**

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_i = 0 \qquad i = 1,\, 2$$

- **Condición de axilsimetría**

$$\mathbf{v}\cdot\boldsymbol{e_\theta} = 0 \Rightarrow \mathbf{v} = v(r,x,t)\,\boldsymbol{e_r} + u(r,x,t)\,\boldsymbol{e_x}$$

- **Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento**

$$\rho_i\,\mathcal{L}(\mathbf{v}_i) = -\nabla p_i + \nabla\cdot\boldsymbol{\tau}_i + \rho_i\cdot\mathbf{f}_i^m \qquad i = 1,\, 2$$

donde

$$\mathbf{f}^m = \mathbf{g} = g\,\boldsymbol{e_x}, \qquad \mathcal{L}(\alpha_i) \equiv \frac{\partial\alpha_i}{\partial t} + u_i\frac{\partial\alpha_i}{\partial x} + v_i\frac{\partial\alpha_i}{\partial r}$$

- **Esfuerzo inducido por la orientación**

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_N + \boldsymbol{\tau}_P$$

$$\boldsymbol{\tau}_N = 2\mu\,\boldsymbol{D} = \mu\left(\nabla\mathbf{v} + \nabla\mathbf{v}^T\right)$$

$$\boldsymbol{\tau}_P = 3c\,k_B\,T\left[-\frac{\lambda(T)}{\phi}\,F(\boldsymbol{S}) + 2\lambda(T)\left(\nabla\mathbf{v}^T : \boldsymbol{S}\right)\left(\boldsymbol{S} + \frac{\boldsymbol{I}}{3}\right)\right]$$

donde

$$\mu(T) = D\exp\left(H\ (T_0 - T)\right), \qquad \lambda(T) = \lambda_0\exp\left(\omega\ (T_0 - T)\right)$$

- **Ecuación de conservación de la energía**

$$\rho_i\,C_i\,\mathcal{L}(T_i) = -\nabla\cdot\mathbf{q}_i + \boldsymbol{\tau}_i : \nabla\mathbf{v}_i \qquad i = 1,\,2$$

donde $\mathbf{q} = -k\,\nabla T$

- **Esfuerzo inducido por la orientación**

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_N + \boldsymbol{\tau}_P$$

$$\boldsymbol{\tau}_N = 2\mu\,\boldsymbol{D} = \mu\left(\nabla\mathbf{v} + \nabla\mathbf{v}^T\right)$$

$$\boldsymbol{\tau}_P = 3c\,k_B\,T\left[-\frac{\lambda(T)}{\phi}\,F(\boldsymbol{S}) + 2\lambda(T)\left(\nabla\mathbf{v}^T : \boldsymbol{S}\right)\left(\boldsymbol{S} + \frac{\boldsymbol{I}}{3}\right)\right]$$

donde

$$\mu(T) = D\exp\left(H\ (T_0 - T)\right), \qquad \lambda(T) = \lambda_0\exp\left(\omega\ (T_0 - T)\right)$$

- **Ecuación de conservación de la energía**

$$\rho_i\,C_i\,\mathcal{L}(T_i) = -\nabla\cdot\mathbf{q}_i + \boldsymbol{\tau}_i : \nabla\mathbf{v}_i \qquad i = 1,\,2$$

donde $\mathbf{q} = -k\,\nabla T$

- **Esfuerzo inducido por la orientación**

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_N + \boldsymbol{\tau}_P$$

$$\boldsymbol{\tau}_N = 2\mu\,\boldsymbol{D} = \mu\left(\nabla\mathbf{v} + \nabla\mathbf{v}^T\right)$$

$$\boldsymbol{\tau}_P = 3c\,k_B\,T\left[-\frac{\lambda(T)}{\phi}\,F(\boldsymbol{S}) + 2\lambda(T)\left(\nabla\mathbf{v}^T : \boldsymbol{S}\right)\left(\boldsymbol{S} + \frac{\boldsymbol{I}}{3}\right)\right]$$

donde

$$\mu(T) = D\exp\left(H\ (T_0 - T)\right), \qquad \lambda(T) = \lambda_0\exp\left(\omega\ (T_0 - T)\right)$$

- **Ecuación de conservación de la energía**

$$\rho_i\,C_i\,\mathcal{L}(T_i) = -\nabla\cdot\mathbf{q}_i + \boldsymbol{\tau}_i : \nabla\mathbf{v}_i \qquad i = 1,\,2$$

donde $\mathbf{q} = -k\,\nabla T$

- **Ecuación de Doi–Edwards**

$$\overset{\nabla}{\mathbf{S}} = F(\boldsymbol{S}) + G(\nabla \mathbf{v}, \boldsymbol{S})$$

donde

$$\overset{\nabla}{\mathbf{S}} \equiv \mathcal{L}(\boldsymbol{S}) - \left(\nabla \mathbf{v}^T \cdot \boldsymbol{S} + \boldsymbol{S} \cdot \nabla \mathbf{v}\right)$$

$$F(\boldsymbol{S}) = -\frac{\phi}{\lambda(T)} \left\{ \left(1 - \frac{N}{3}\right) \boldsymbol{S} - N(\boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{S}) + N(\boldsymbol{S} : \boldsymbol{S}) \left(\boldsymbol{S} + \frac{\boldsymbol{I}}{3}\right) \right\}$$

y

$$G(\nabla \mathbf{v}, \boldsymbol{S}) = \frac{2}{3}\boldsymbol{D} - 2\left(\nabla \mathbf{v}^T : \boldsymbol{S}\right)\left(\boldsymbol{S} + \frac{\boldsymbol{I}}{3}\right)$$

- **Ecuación de Doi–Edwards**

$$\overset{\nabla}{\mathbf{S}} = F(\boldsymbol{S}) + G(\nabla \mathbf{v}, \boldsymbol{S})$$

donde

$$\overset{\nabla}{\mathbf{S}} \equiv \mathcal{L}(\boldsymbol{S}) - \left(\nabla \mathbf{v}^T \cdot \boldsymbol{S} + \boldsymbol{S} \cdot \nabla \mathbf{v}\right)$$

$$F(\boldsymbol{S}) = -\frac{\phi}{\lambda(T)} \left\{ \left(1 - \frac{N}{3}\right) \boldsymbol{S} - N(\boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{S}) + N(\boldsymbol{S} : \boldsymbol{S}) \left(\boldsymbol{S} + \frac{\boldsymbol{I}}{3}\right) \right\}$$

y

$$G(\nabla \mathbf{v}, \boldsymbol{S}) = \frac{2}{3}\boldsymbol{D} - 2\left(\nabla \mathbf{v}^T : \boldsymbol{S}\right)\left(\boldsymbol{S} + \frac{\boldsymbol{I}}{3}\right)$$

- **Ecuación de Doi–Edwards**

$$\overset{\nabla}{\mathbf{S}} = F(\boldsymbol{S}) + G(\nabla\mathbf{v}, \boldsymbol{S})$$

donde

$$\overset{\nabla}{\mathbf{S}} \equiv \mathcal{L}(\boldsymbol{S}) - \left(\nabla\mathbf{v}^T \cdot \boldsymbol{S} + \boldsymbol{S} \cdot \nabla\mathbf{v}\right)$$

$$F(\boldsymbol{S}) = -\frac{\phi}{\lambda(T)}\left\{\left(1-\frac{N}{3}\right)\boldsymbol{S} - N(\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{S}) + N(\boldsymbol{S}:\boldsymbol{S})\left(\boldsymbol{S}+\frac{\boldsymbol{I}}{3}\right)\right\}$$

y

$$G(\nabla\mathbf{v}, \boldsymbol{S}) = \frac{2}{3}\boldsymbol{D} - 2\left(\nabla\mathbf{v}^T : \boldsymbol{S}\right)\left(\boldsymbol{S}+\frac{\boldsymbol{I}}{3}\right)$$

- **Ecuación de Doi–Edwards**

$$\overset{\triangledown}{\mathbf{S}} = F(\boldsymbol{S}) + G(\nabla \mathbf{v}, \boldsymbol{S})$$

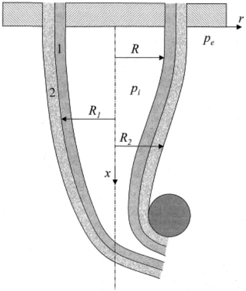
donde

$$\overset{\triangledown}{\mathbf{S}} \equiv \mathcal{L}(\boldsymbol{S}) - \left(\nabla \mathbf{v}^T \cdot \boldsymbol{S} + \boldsymbol{S} \cdot \nabla \mathbf{v}\right)$$

$$F(\boldsymbol{S}) = -\frac{\phi}{\lambda(T)} \left\{ \left(1 - \frac{N}{3}\right) \boldsymbol{S} - N(\boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{S}) + N(\boldsymbol{S} : \boldsymbol{S}) \left(\boldsymbol{S} + \frac{\boldsymbol{I}}{3}\right) \right\}$$

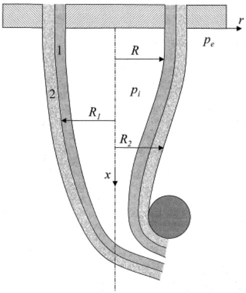
y

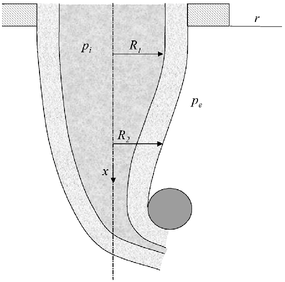
$$G(\nabla \mathbf{v}, \boldsymbol{S}) = \frac{2}{3}\boldsymbol{D} - 2\left(\nabla \mathbf{v}^T : \boldsymbol{S}\right)\left(\boldsymbol{S} + \frac{\boldsymbol{I}}{3}\right)$$



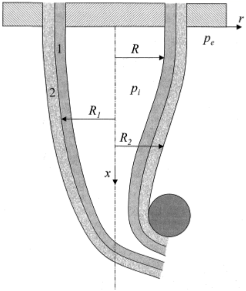
- Condiciones en $r = R(x)$, $r = R_1(x)$ y $r = R_2(x)$
- Condiciones de simetría en $r = 0$
- Condiciones en $x = 0$
- Condiciones en $x = L$

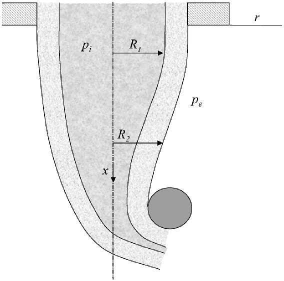
FORMULACIÓN 2–D
Condiciones de contorno



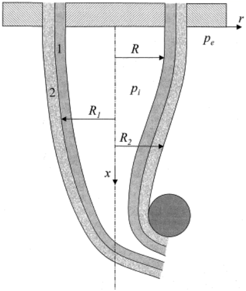


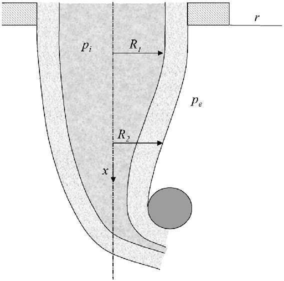
- Condiciones en $r = R(x)$, $r = R_1(x)$ y $r = R_2(x)$
- Condiciones de simetría en $r = 0$
- Condiciones en $x = 0$
- Condiciones en $x = L$





- Condiciones en $r = R(x)$, $r = R_1(x)$ y $r = R_2(x)$
- Condiciones de simetría en $r = 0$
- Condiciones en $x = 0$
- Condiciones en $x = L$





- Condiciones en $r = R(x)$, $r = R_1(x)$ y $r = R_2(x)$
- Condiciones de simetría en $r = 0$
- Condiciones en $x = 0$
- Condiciones en $x = L$

- **Variables adimensionales**

$$\hat{r} = \frac{r}{R_0} \qquad \hat{x} = \frac{x}{L} \qquad \Rightarrow \qquad \epsilon = \frac{R_0}{L} << 1 \qquad \hat{t} = \frac{t}{(L/u_0)}$$

$$\hat{u} = \frac{u}{u_0} \qquad \hat{v} = \frac{v}{(u_0\,\epsilon)} \qquad \hat{p} = \frac{p}{(\mu_0 u_0/L)} \qquad \hat{T} = \frac{T}{T_0}$$

$$\hat{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0} \qquad \hat{C} = \frac{C}{C_0} \qquad \hat{\mu} = \frac{\mu}{\mu_0} \qquad \hat{k} = \frac{k}{k_0}$$

- **Parámetros adimensionales**

$$Re = \frac{\rho_0 u_0 R_0}{\mu_0}, \quad Fr = \frac{u_0^2}{g R_0}, \quad Ca = \frac{\mu_0 u_0}{\sigma_2}, \quad Pr = \frac{\mu_0 C_0}{k_0},$$

$$Pe = Re\,Pr, \quad Br = \frac{\mu_0 u_0^2}{k_0 T_0}, \quad Bi = \frac{h R_0}{k_0}$$

- **Variables adimensionales**

$$\hat{r} = \frac{r}{R_0} \qquad \hat{x} = \frac{x}{L} \qquad \Rightarrow \qquad \epsilon = \frac{R_0}{L} << 1 \qquad \hat{t} = \frac{t}{(L/u_0)}$$

$$\hat{u} = \frac{u}{u_0} \qquad \hat{v} = \frac{v}{(u_0\,\epsilon)} \qquad \hat{p} = \frac{p}{(\mu_0 u_0/L)} \qquad \hat{T} = \frac{T}{T_0}$$

$$\hat{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0} \qquad \hat{C} = \frac{C}{C_0} \qquad \hat{\mu} = \frac{\mu}{\mu_0} \qquad \hat{k} = \frac{k}{k_0}$$

- **Parámetros adimensionales**

$$Re = \frac{\rho_0 u_0 R_0}{\mu_0}, \quad Fr = \frac{u_0^2}{gR_0}, \quad Ca = \frac{\mu_0 u_0}{\sigma_2}, \quad Pr = \frac{\mu_0 C_0}{k_0},$$

$$Pe = Re\,Pr, \quad Br = \frac{\mu_0 u_0^2}{k_0 T_0}, \quad Bi = \frac{hR_0}{k_0}$$

- **Tensor de orientación, S, diagonal y con traza nula**

$$\mathbf{S} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -s_r & 0 & 0 \\ 0 & s_r - s_x & 0 \\ 0 & 0 & s_x \end{pmatrix}$$

- **Ecuaciones para las componentes del tensor de orientación**

$$\frac{\partial s_{i\,r}}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{v}}_i \cdot \hat{\nabla} s_{i\,r} = (s_{i\,r} - 1)\left(2\frac{\partial \hat{v}_i}{\partial \hat{r}} - 2\Pi_i^*\right) - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\left\{s_{i\,r} - \frac{N_i}{3}\left[(1 - s_{i\,r})\,(s_{i\,r} + 3\,\Pi_{i,s})\right]\right\}$$

$$\frac{\partial s_{i\,x}}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{v}}_i \cdot \hat{\nabla} s_{i\,x} = (s_{i\,x} + 1)\left(2\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial \hat{x}} - 2\Pi_i^*\right) - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\left\{s_{i\,x} - \frac{N_i}{3}\left[(s_{i\,x} + 1)\,(s_{i\,x} - 3\,\Pi_{i,s})\right]\right\}$$

donde

$$\Pi_{i,s} = (\mathbf{S} : \mathbf{S}) = \frac{2}{9}\left(s_{i\,r}^2 + s_{i\,x}^2 - s_{i\,r}s_{i\,x}\right) \qquad \Rightarrow \qquad \mathcal{S}_i = \sqrt{\frac{3}{2}\Pi_{i,s}} \qquad i = 1,\,2$$

$$\Pi_i^* = \left(\hat{\nabla}\hat{\mathbf{v}}^T : \mathbf{S}\right) = \frac{1}{3}\left[s_{i\,r}\left(\frac{\hat{v}_i}{\hat{r}} - \frac{\partial \hat{v}_i}{\partial \hat{r}}\right) - s_{i\,x}\left(\frac{\hat{v}_i}{\hat{r}} - \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial \hat{x}}\right)\right] \qquad i = 1,\,2$$

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

- **Tensor de orientación, S, diagonal y con traza nula**

$$\mathbf{S} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -s_r & 0 & 0 \\ 0 & s_r - s_x & 0 \\ 0 & 0 & s_x \end{pmatrix}$$

- **Ecuaciones para las componentes del tensor de orientación**

$$\frac{\partial s_{i\,r}}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{v}}_i \cdot \hat{\nabla} s_{i\,r} = (s_{i\,r} - 1)\left(2\frac{\partial \hat{v}_i}{\partial \hat{r}} - 2\Pi_i^*\right) - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\left\{s_{i\,r} - \frac{N_i}{3}\left[(1 - s_{i\,r})\,(s_{i\,r} + 3\,\Pi_{i,s})\right]\right\}$$

$$\frac{\partial s_{i\,x}}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{v}}_i \cdot \hat{\nabla} s_{i\,x} = (s_{i\,x} + 1)\left(2\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial \hat{x}} - 2\Pi_i^*\right) - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\left\{s_{i\,x} - \frac{N_i}{3}\left[(s_{i\,x} + 1)\,(s_{i\,x} - 3\,\Pi_{i,s})\right]\right\}$$

donde

$$\Pi_{i,s} = (\mathbf{S} : \mathbf{S}) = \frac{2}{9}\left(s_{i\,r}^2 + s_{i\,x}^2 - s_{i\,r}s_{i\,x}\right) \quad \Rightarrow \quad \mathcal{S}_i = \sqrt{\frac{3}{2}\Pi_{i,s}} \qquad i = 1,\,2$$

$$\Pi_i^* = \left(\hat{\nabla}\hat{\mathbf{v}}^T : \mathbf{S}\right) = \frac{1}{3}\left[s_{i\,r}\left(\frac{\hat{v}_i}{\hat{r}} - \frac{\partial \hat{v}_i}{\partial \hat{r}}\right) - s_{i\,x}\left(\frac{\hat{v}_i}{\hat{r}} - \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial \hat{x}}\right)\right] \qquad i = 1,\,2$$

- **Tensor de orientación, S, diagonal y con traza nula**

$$\mathbf{S} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -s_r & 0 & 0 \\ 0 & s_r - s_x & 0 \\ 0 & 0 & s_x \end{pmatrix}$$

- **Ecuaciones para las componentes del tensor de orientación**

$$\frac{\partial s_{i\,r}}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{v}}_i \cdot \hat{\nabla} s_{i\,r} = (s_{i\,r} - 1)\left(2\frac{\partial \hat{v}_i}{\partial \hat{r}} - 2\Pi_i^*\right) - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\left\{s_{i\,r} - \frac{N_i}{3}\left[(1 - s_{i\,r})\,(s_{i\,r} + 3\,\Pi_{i,s})\right]\right\}$$

$$\frac{\partial s_{i\,x}}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{v}}_i \cdot \hat{\nabla} s_{i\,x} = (s_{i\,x} + 1)\left(2\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial \hat{x}} - 2\Pi_i^*\right) - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\left\{s_{i\,x} - \frac{N_i}{3}\left[(s_{i\,x} + 1)\,(s_{i\,x} - 3\,\Pi_{i,s})\right]\right\}$$

donde

$$\Pi_{i,s} = (\mathbf{S} : \mathbf{S}) = \frac{2}{9}\left(s_{i\,r}^2 + s_{i\,x}^2 - s_{i\,r}s_{i\,x}\right) \qquad \Rightarrow \qquad \mathcal{S}_i = \sqrt{\frac{3}{2}\Pi_{i,s}} \qquad i = 1,\, 2$$

$$\Pi_i^* = \left(\hat{\nabla}\hat{\mathbf{v}}^T : \mathbf{S}\right) = \frac{1}{3}\left[s_{i\,r}\left(\frac{\hat{v}_i}{\hat{r}} - \frac{\partial \hat{v}_i}{\partial \hat{r}}\right) - s_{i\,x}\left(\frac{\hat{v}_i}{\hat{r}} - \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial \hat{x}}\right)\right] \qquad i = 1,\, 2$$

Hipótesis

Fluidos semicristalinos se comportan como monofásicos

- **Cinética de cristalización de Avrami–Kolmogorov**

$$\frac{\partial \mathcal{Y}_i}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{v}}_i \cdot \hat{\nabla} \mathcal{Y}_i = k_{Ai}(\mathcal{S}_i) \left(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_i\right) \qquad i = 1,\, 2$$

donde

$$k_{Ai}(\mathcal{S}_i) = k_{Ai}(0) \exp\left(a_{2i} \mathcal{S}_i^2\right) \qquad i = 1,\, 2$$

- **Viscosidad dinámica efectiva**

$$\hat{\mu}_{e,i}(\hat{T}_i, \mathcal{Y}_i) = \hat{\mu}_i(\hat{T}_i) \cdot \exp\left(\beta_i \left(\frac{\mathcal{Y}_i}{\mathcal{Y}_{\infty,i}}\right)^{n_i}\right) \qquad i = 1,\, 2$$

Hipótesis

Fluidos semicristalinos se comportan como monofásicos

- **Cinética de cristalización de Avrami–Kolmogorov**

$$\frac{\partial \mathcal{Y}_i}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{v}}_i \cdot \hat{\nabla} \mathcal{Y}_i = k_{Ai}(\mathcal{S}_i)\left(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_i\right) \qquad i = 1,\, 2$$

donde

$$k_{Ai}(\mathcal{S}_i) = k_{Ai}(0)\exp\left(a_{2i}\mathcal{S}_i^2\right) \qquad i = 1,\, 2$$

- **Viscosidad dinámica efectiva**

$$\hat{\mu}_{e,i}(\hat{T}_i, \mathcal{Y}_i) = \hat{\mu}_i(\hat{T}_i)\cdot\exp\left(\beta_i\left(\frac{\mathcal{Y}_i}{\mathcal{Y}_{\infty,i}}\right)^{n_i}\right) \qquad i = 1,\, 2$$

Hipótesis

Fluidos semicristalinos se comportan como monofásicos

- **Cinética de cristalización de Avrami–Kolmogorov**

$$\frac{\partial \mathcal{Y}_i}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{v}}_i \cdot \hat{\nabla} \mathcal{Y}_i = k_{Ai}(\mathcal{S}_i)\left(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_i\right) \qquad i = 1,\, 2$$

donde

$$k_{Ai}(\mathcal{S}_i) = k_{Ai}(0)\exp\left(a_{2i}\mathcal{S}_i^2\right) \qquad i = 1,\, 2$$

- **Viscosidad dinámica efectiva**

$$\hat{\mu}_{e,i}(\hat{T}_i, \mathcal{Y}_i) = \hat{\mu}_i(\hat{T}_i) \cdot \exp\left(\beta_i \left(\frac{\mathcal{Y}_i}{\mathcal{Y}_{\infty,i}}\right)^{n_i}\right) \qquad i = 1,\, 2$$

3. MODELO UNIDIMENSIONAL

- **Régimen de flujo analizado**

$$Re = \epsilon\,\bar{R}, \qquad Fr = \frac{\bar{F}}{\epsilon}, \qquad Ca = \frac{\bar{C}}{\epsilon},$$
$$Pe = \epsilon\,\bar{P}, \qquad Br = \epsilon^2\,\bar{Br}, \qquad Bi = \epsilon^2\,\bar{B}$$

- **Método perturbativo usando como parámetro la esbeltez, ϵ, de la fibra**

$$\Psi_i = \Psi_{i,0} + \epsilon^2 \Psi_{i,2} + O(\epsilon^4)\,,$$

para las variables $\hat{R}_i$, $\hat{u}_i$, $\hat{v}_i$, $\hat{p}_i$ y $\hat{T}_i$ donde $i = 1, 2$.

- **Expresiones para el orden más bajo**

$$\hat{R}_{i,0} \equiv \mathcal{R}_i(\hat{x},\hat{t}), \quad \hat{u}_{i,0} \equiv \mathcal{B}_i = \mathcal{B}(\hat{x},\hat{t}), \quad \hat{v}_{i,0} \equiv \mathcal{V}_i = \mathcal{V}(\hat{r},\hat{x},\hat{t})$$
$$\hat{T}_{i,0} \equiv \mathcal{F}_i = \mathcal{F}(\hat{x},\hat{t}) \quad i = 1, 2$$

- **Régimen de flujo analizado**

$$Re = \epsilon \, \bar{R}, \qquad Fr = \frac{\bar{F}}{\epsilon}, \qquad Ca = \frac{\bar{C}}{\epsilon},$$

$$Pe = \epsilon \, \bar{P}, \qquad Br = \epsilon^2 \, \bar{Br}, \qquad Bi = \epsilon^2 \, \bar{B}$$

- **Método perturbativo usando como parámetro la esbeltez, ϵ, de la fibra**

$$\Psi_i = \Psi_{i,0} + \epsilon^2 \Psi_{i,2} + O(\epsilon^4) \, ,$$

para las variables $\hat{R}_i$, $\hat{u}_i$, $\hat{v}_i$, $\hat{p}_i$ y $\hat{T}_i$ donde $i = 1, 2$.

- **Expresiones para el orden más bajo**

$$\hat{R}_{i,0} \equiv \mathcal{R}_i(\hat{x}, \hat{t}), \quad \hat{u}_{i,0} \equiv \mathcal{B}_i = \mathcal{B}(\hat{x}, \hat{t}), \quad \hat{v}_{i,0} \equiv \mathcal{V}_i = \mathcal{V}(\hat{r}, \hat{x}, \hat{t})$$

$$\hat{T}_{i,0} \equiv \mathcal{F}_i = \mathcal{F}(\hat{x}, \hat{t}) \quad i = 1, 2$$

- **Régimen de flujo analizado**

$$Re = \epsilon \, \bar{R}, \qquad Fr = \frac{\bar{F}}{\epsilon}, \qquad Ca = \frac{\bar{C}}{\epsilon},$$
$$Pe = \epsilon \, \bar{P}, \qquad Br = \epsilon^2 \, \bar{Br}, \qquad Bi = \epsilon^2 \, \bar{B}$$

- **Método perturbativo usando como parámetro la esbeltez, ϵ, de la fibra**

$$\Psi_i = \Psi_{i,0} + \epsilon^2 \Psi_{i,2} + O(\epsilon^4) \, ,$$

para las variables $\hat{R}_i$, $\hat{u}_i$, $\hat{v}_i$, $\hat{p}_i$ y $\hat{T}_i$ donde $i = 1, 2$.

- **Expresiones para el orden más bajo**

$$\hat{R}_{i,0} \equiv \mathcal{R}_i(\hat{x}, \hat{t}), \quad \hat{u}_{i,0} \equiv \mathcal{B}_i = \mathcal{B}(\hat{x}, \hat{t}), \quad \hat{v}_{i,0} \equiv \mathcal{V}_i = \mathcal{V}(\hat{r}, \hat{x}, \hat{t})$$
$$\hat{T}_{i,0} \equiv \mathcal{F}_i = \mathcal{F}(\hat{x}, \hat{t}) \quad i = 1, 2$$

- **Ecuación de conservación de la masa**

$$\frac{\partial \mathcal{A}_i}{\partial \hat{t}} + \frac{\partial}{\partial \hat{x}} \left(\mathcal{A}_i \, \mathcal{B} \right) = 0 \qquad i = 1,\, 2$$

$$\mathcal{A}_1 = \frac{\mathcal{R}_1^2}{2}, \qquad \mathcal{A}_2 = \frac{\mathcal{R}_2^2 - \mathcal{R}_1^2}{2}$$

- **Condición de incompresibilidad**

$$\mathcal{V}\left(\hat{r}, \hat{x}, \hat{t}\right) = -\frac{\hat{r}}{2} \frac{\partial \mathcal{B}}{\partial \hat{x}}$$

- **Ecuación de conservación de la masa**

$$\frac{\partial \mathcal{A}_i}{\partial \hat{t}} + \frac{\partial}{\partial \hat{x}} \left(\mathcal{A}_i \, \mathcal{B}\right) = 0 \qquad i = 1,\, 2$$

$$\mathcal{A}_1 = \frac{\mathcal{R}_1^2}{2}, \qquad \mathcal{A}_2 = \frac{\mathcal{R}_2^2 - \mathcal{R}_1^2}{2}$$

- **Condición de incompresibilidad**

$$\mathcal{V}\left(\hat{r}, \hat{x}, \hat{t}\right) = -\frac{\hat{r}}{2} \frac{\partial \mathcal{B}}{\partial \hat{x}}$$

- **Ecuación de conservación de cantidad de movimiento**

$$\bar{R}\left(\hat{\rho}_1\mathcal{A}_1+\hat{\rho}_2\mathcal{A}_2\right)\frac{D\mathcal{B}}{D\hat{t}}=\left(\hat{\rho}_1\mathcal{A}_1+\hat{\rho}_2\mathcal{A}_2\right)\frac{\bar{R}}{\bar{F}}+\frac{1}{2\bar{C}}\left(\frac{\partial\mathcal{R}_2}{\partial\hat{x}}+\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\frac{\partial\mathcal{R}_1}{\partial\hat{x}}\right)$$
$$+\frac{\partial}{\partial\hat{x}}\left\{3\,\left(\hat{\mu}_{1,0}\mathcal{A}_1+\hat{\mu}_{2,0}\mathcal{A}_2\right)\frac{\partial\mathcal{B}}{\partial\hat{x}}\right\}$$
$$-\hat{\mathcal{T}}_2\,\mathcal{R}_2-\frac{\partial\hat{p}_e}{\partial\hat{x}}\left(\mathcal{A}_1+\mathcal{A}_2\right)$$

donde

$$\hat{\mu}_{i,0}=\hat{\mu}_{i,0}\left(\mathcal{F}\right)=\hat{D}_i\exp\left(\hat{H}_i\left(1-\mathcal{F}\right)\right)\qquad i=1,\,2$$

- **Ecuación de conservación de energía**

$$\bar{P}\left(\hat{\rho}_1\hat{C}_1\mathcal{A}_1+\hat{\rho}_2\hat{C}_2\mathcal{A}_2\right)\frac{D\mathcal{F}}{D\hat{t}}=\frac{\partial}{\partial\hat{x}}\left(\left(\mathcal{A}_1\hat{k}_1+\mathcal{A}_2\hat{k}_2\right)\frac{\partial\mathcal{F}}{\partial\hat{x}}\right)$$
$$-\bar{B}\,\hat{h}_2\,\mathcal{R}_2\left(\mathcal{F}-\mathcal{F}_{\infty,2}\right)$$

- **Ecuación de conservación de cantidad de movimiento**

$$\bar{R}\left(\hat{\rho}_1\mathcal{A}_1+\hat{\rho}_2\mathcal{A}_2\right)\frac{D\mathcal{B}}{D\hat{t}}=\left(\hat{\rho}_1\mathcal{A}_1+\hat{\rho}_2\mathcal{A}_2\right)\frac{\bar{R}}{\bar{F}}+\frac{1}{2\bar{C}}\left(\frac{\partial\mathcal{R}_2}{\partial\hat{x}}+\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\frac{\partial\mathcal{R}_1}{\partial\hat{x}}\right)$$
$$+\frac{\partial}{\partial\hat{x}}\left\{3\left(\hat{\mu}_{1,0}\mathcal{A}_1+\hat{\mu}_{2,0}\mathcal{A}_2\right)\frac{\partial\mathcal{B}}{\partial\hat{x}}\right\}$$
$$-\hat{\mathcal{T}}_2\,\mathcal{R}_2-\frac{\partial\hat{p}_e}{\partial\hat{x}}\left(\mathcal{A}_1+\mathcal{A}_2\right)$$

donde

$$\hat{\mu}_{i,0}=\hat{\mu}_{i,0}\left(\mathcal{F}\right)=\hat{D}_i\exp\left(\hat{H}_i\left(1-\mathcal{F}\right)\right)\qquad i=1,\,2$$

- **Ecuación de conservación de energía**

$$\bar{P}\left(\hat{\rho}_1\hat{C}_1\mathcal{A}_1+\hat{\rho}_2\hat{C}_2\mathcal{A}_2\right)\frac{D\mathcal{F}}{D\hat{t}}=\frac{\partial}{\partial\hat{x}}\left(\left(\mathcal{A}_1\hat{k}_1+\mathcal{A}_2\hat{k}_2\right)\frac{\partial\mathcal{F}}{\partial\hat{x}}\right)$$
$$-\bar{B}\,\hat{h}_2\,\mathcal{R}_2\left(\mathcal{F}-\mathcal{F}_{\infty,2}\right)$$

- **Ecuación de conservación de la masa**

$$\frac{\partial \mathcal{A}_i}{\partial \hat{t}} + \frac{\partial}{\partial \hat{x}} \left(\mathcal{A}_i \, \mathcal{B}\right) = 0 \qquad i = 1,\, 2$$

$$\mathcal{A}_1 = \frac{\mathcal{R}_1^2 - \mathcal{R}_0^2}{2}, \qquad \mathcal{A}_2 = \frac{\mathcal{R}_2^2 - \mathcal{R}_1^2}{2}$$

y

$$\frac{\partial}{\partial \hat{t}} \left(\frac{\mathcal{R}_1^2}{2}\right) + \frac{\partial}{\partial \hat{x}} \left(\frac{\mathcal{R}_1^2}{2}\, \mathcal{B}\right) = \mathcal{C}\left(\hat{x}, \hat{t}\right)$$

donde

$$\mathcal{C}(\hat{x}, \hat{t}) = -\frac{1}{2} \frac{(\hat{p}_e - \hat{p}_i) + \frac{1}{\bar{C}} \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_2}\right) \frac{1}{\mathcal{R}_0} + \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right) \frac{1}{\mathcal{R}_1} + \frac{1}{\mathcal{R}_2}\right]}{\hat{\mu}_{1,0} \left(\frac{1}{\mathcal{R}_0^2} - \frac{1}{\mathcal{R}_1^2}\right) + \hat{\mu}_{2,0} \left(\frac{1}{\mathcal{R}_1^2} - \frac{1}{\mathcal{R}_2^2}\right)}$$

- **Condición de incompresibilidad**

$$\mathcal{V}(\hat{r}, \hat{x}, \hat{t}) = \frac{\mathcal{C}\left(\hat{x}, \hat{t}\right)}{\hat{r}} - \frac{\hat{r}}{2} \frac{\partial \mathcal{B}}{\partial \hat{x}}$$

- **Ecuación de conservación de la masa**

$$\frac{\partial \mathcal{A}_i}{\partial \hat{t}} + \frac{\partial}{\partial \hat{x}} (\mathcal{A}_i\, \mathcal{B}) = 0 \qquad i = 1,\, 2$$

$$\mathcal{A}_1 = \frac{\mathcal{R}_1^2 - \mathcal{R}_0^2}{2}, \qquad \mathcal{A}_2 = \frac{\mathcal{R}_2^2 - \mathcal{R}_1^2}{2}$$

y

$$\frac{\partial}{\partial \hat{t}} \left(\frac{\mathcal{R}_1^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial \hat{x}} \left(\frac{\mathcal{R}_1^2}{2}\, \mathcal{B} \right) = \mathcal{C}\left(\hat{x}, \hat{t}\right)$$

donde

$$\mathcal{C}(\hat{x}, \hat{t}) = -\frac{1}{2} \frac{(\hat{p}_e - \hat{p}_i) + \frac{1}{\hat{C}} \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_2} \right) \frac{1}{\mathcal{R}_0} + \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right) \frac{1}{\mathcal{R}_1} + \frac{1}{\mathcal{R}_2} \right]}{\hat{\mu}_{1,0} \left(\frac{1}{\mathcal{R}_0^2} - \frac{1}{\mathcal{R}_1^2} \right) + \hat{\mu}_{2,0} \left(\frac{1}{\mathcal{R}_1^2} - \frac{1}{\mathcal{R}_2^2} \right)}$$

- **Condición de incompresibilidad**

$$\mathcal{V}(\hat{r}, \hat{x}, \hat{t}) = \frac{\mathcal{C}\left(\hat{x}, \hat{t}\right)}{\hat{r}} - \frac{\hat{r}}{2} \frac{\partial \mathcal{B}}{\partial \hat{x}}$$

- **Ecuación de conservación de cantidad de movimiento**

$$\bar{R}(\hat{\rho}_1\mathcal{A}_1+\hat{\rho}_2\mathcal{A}_2)\frac{D\mathcal{B}}{Dt}=(\hat{\rho}_1\mathcal{A}_1+\hat{\rho}_2\mathcal{A}_2)\frac{\bar{R}}{\bar{F}}-\mathcal{A}_1\frac{\partial\mathcal{D}_1}{\partial\hat{x}}-\mathcal{A}_2\frac{\partial\mathcal{D}_2}{\partial\hat{x}}$$
$$+\frac{\partial}{\partial\hat{x}}\left(3\left(\hat{\mu}_{1,0}\mathcal{A}_1+\hat{\mu}_{2,0}\mathcal{A}_2\right)\frac{\partial\mathcal{B}}{\partial\hat{x}}\right)$$
$$+2\,\mathcal{C}(\hat{x})\left(\hat{\mu}_{1,0}\frac{\partial\mathcal{A}_1}{\partial\hat{x}}+\hat{\mu}_{2,0}\frac{\partial\mathcal{A}_2}{\partial\hat{x}}\right)$$
$$-\hat{\mathcal{T}}_2\,\mathcal{R}_2+\hat{\mathcal{T}}\,\mathcal{R}_0$$

donde

$$\mathcal{D}_1(\hat{x},\hat{t})=\hat{p}_i-\frac{1}{\bar{C}}\left(\frac{\sigma}{\sigma_2}\right)\frac{1}{\mathcal{R}_0}-\hat{\mu}_{1,0}\frac{2\,\mathcal{C}(\hat{x})}{\mathcal{R}_0^2}$$

$$\mathcal{D}_2(\hat{x},\hat{t})=\hat{p}_e+\frac{1}{\bar{C}}\frac{1}{\mathcal{R}_2}-\hat{\mu}_{2,0}\frac{2\,\mathcal{C}(\hat{x})}{\mathcal{R}_2^2}$$

- **Ecuación de conservación de la energía**

$$\bar{P}\left(\hat{\rho}_1\hat{C}_1\mathcal{A}_1+\hat{\rho}_2\hat{C}_2\mathcal{A}_2\right)\frac{D\mathcal{F}}{D\hat{t}}=\frac{\partial}{\partial\hat{x}}\left(\left(\mathcal{A}_1\hat{k}_1+\mathcal{A}_2\hat{k}_2\right)\frac{\partial\mathcal{F}}{\partial\hat{x}}\right)$$
$$-\bar{B}\left[\hat{h}_2\,\mathcal{R}_2\left(\mathcal{F}-\mathcal{F}_{\infty,2}\right)+\hat{h}_1\,\mathcal{R}_0\left(\mathcal{F}-\mathcal{F}_{\infty,1}\right)\right]$$

donde $\frac{D}{D\hat{t}}=\frac{\partial}{\partial\hat{t}}+\mathcal{B}\frac{\partial}{\partial\hat{x}}$

- **Ecuación de conservación de cantidad de movimiento**

$$\begin{aligned}\bar{R}(\hat{\rho}_1\mathcal{A}_1+\hat{\rho}_2\mathcal{A}_2)\frac{D\mathcal{B}}{Dt} &= (\hat{\rho}_1\mathcal{A}_1+\hat{\rho}_2\mathcal{A}_2)\frac{\bar{R}}{\bar{F}}-\mathcal{A}_1\frac{\partial\mathcal{D}_1}{\partial\hat{x}}-\mathcal{A}_2\frac{\partial\mathcal{D}_2}{\partial\hat{x}}\\ &+\frac{\partial}{\partial\hat{x}}\left(3\left(\hat{\mu}_{1,0}\mathcal{A}_1+\hat{\mu}_{2,0}\mathcal{A}_2\right)\frac{\partial\mathcal{B}}{\partial\hat{x}}\right)\\ &+2\,\mathcal{C}(\hat{x})\left(\hat{\mu}_{1,0}\frac{\partial\mathcal{A}_1}{\partial\hat{x}}+\hat{\mu}_{2,0}\frac{\partial\mathcal{A}_2}{\partial\hat{x}}\right)\\ &-\hat{\mathcal{T}}_2\,\mathcal{R}_2+\hat{\mathcal{T}}\,\mathcal{R}_0\end{aligned}$$

donde

$$\mathcal{D}_1(\hat{x},\hat{t})=\hat{p}_i-\frac{1}{\bar{C}}\left(\frac{\sigma}{\sigma_2}\right)\frac{1}{\mathcal{R}_0}-\hat{\mu}_{1,0}\frac{2\,\mathcal{C}(\hat{x})}{\mathcal{R}_0^2}$$

$$\mathcal{D}_2(\hat{x},\hat{t})=\hat{p}_e+\frac{1}{\bar{C}}\frac{1}{\mathcal{R}_2}-\hat{\mu}_{2,0}\frac{2\,\mathcal{C}(\hat{x})}{\mathcal{R}_2^2}$$

- **Ecuación de conservación de la energía**

$$\begin{aligned}\bar{P}\left(\hat{\rho}_1\hat{C}_1\mathcal{A}_1+\hat{\rho}_2\hat{C}_2\mathcal{A}_2\right)\frac{D\mathcal{F}}{D\hat{t}} &= \frac{\partial}{\partial\hat{x}}\left(\left(\mathcal{A}_1\hat{k}_1+\mathcal{A}_2\hat{k}_2\right)\frac{\partial\mathcal{F}}{\partial\hat{x}}\right)\\ &-\bar{B}\left[\hat{h}_2\,\mathcal{R}_2\left(\mathcal{F}-\mathcal{F}_{\infty,2}\right)+\hat{h}_1\,\mathcal{R}_0\left(\mathcal{F}-\mathcal{F}_{\infty,1}\right)\right]\end{aligned}$$

donde $\frac{D}{D\hat{t}}\equiv\frac{\partial}{\partial\hat{t}}+\mathcal{B}\frac{\partial}{\partial\hat{x}}$

- **Modelo con parámetro de orden**

$$\mathbf{S} = \frac{s}{3}\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \sim \hat{\nabla}\mathbf{v} \qquad \Rightarrow \qquad \mathcal{S}_i = \sqrt{\frac{3}{2}(\mathbf{S}_i : \mathbf{S}_i)} = s_i \quad i = 1,\, 2$$

- **Ecuación de Doi–Edwards**

$$\frac{D\mathcal{S}_i}{D\hat{t}} = (1-\mathcal{S}_i)(2\mathcal{S}_i+1)\frac{\partial\mathcal{B}}{\partial\hat{x}} - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\mathcal{F}\,U(\mathcal{S}_i)\,, \quad U(\mathcal{S}_i) = \mathcal{S}_i\left(1 - \frac{N_i}{3}(1-\mathcal{S}_i)(2\mathcal{S}_i+1)\right)$$

- **Modelo de Ziabicki**

$$\frac{D\mathcal{Y}_i}{D\hat{t}} = k_{Ai}(\mathcal{S})(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_i) \qquad i = 1,\, 2$$

- **Viscosidad dinámica efectiva**

$$\hat{\tau} = 2\hat{\mu}_{ei,0}\,\hat{D} \quad \Rightarrow \quad \hat{\mu}_{ei,0} = \hat{\mu}_{i,0}(\mathcal{F})\exp\left(\beta_i\left(\frac{\mathcal{Y}_i}{\mathcal{Y}_{\infty,i}}\right)^{n_i}\right) + \frac{2}{3}\,\alpha_i\,\hat{\lambda}_i\,\hat{T}_i\,\mathcal{S}_i^2 \quad i = 1,\, 2$$

donde $\alpha = \frac{3c\,k_B\,T_0}{p_0}$

- **Modelo con parámetro de orden**

$$\mathbf{S} = \frac{s}{3}\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \sim \hat{\nabla}\mathbf{v} \qquad \Rightarrow \qquad \mathcal{S}_i = \sqrt{\frac{3}{2}\left(\mathbf{S}_i : \mathbf{S}_i\right)} = s_i \quad i = 1,\, 2$$

- **Ecuación de Doi–Edwards**

$$\frac{D\mathcal{S}_i}{D\hat{t}} = (1-\mathcal{S}_i)(2\mathcal{S}_i+1)\frac{\partial \mathcal{B}}{\partial \hat{x}} - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\mathcal{F}\,U\left(\mathcal{S}_i\right), \quad U\left(\mathcal{S}_i\right) = \mathcal{S}_i\left(1 - \frac{N_i}{3}(1-\mathcal{S}_i)(2\mathcal{S}_i+1)\right)$$

- **Modelo de Ziabicki**

$$\frac{D\mathcal{Y}_i}{D\hat{t}} = k_{Ai}(\mathcal{S})(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_i) \qquad i = 1,\, 2$$

- **Viscosidad dinámica efectiva**

$$\hat{\tau} = 2\hat{\mu}_{ei,0}\,\hat{D} \quad \Rightarrow \quad \hat{\mu}_{ei,0} = \hat{\mu}_{i,0}(\mathcal{F})\exp\left(\beta_i\left(\frac{\mathcal{Y}_i}{\mathcal{Y}_{\infty,i}}\right)^{n_i}\right) + \frac{2}{3}\,\alpha_i\,\hat{\lambda}_i\,\hat{T}_i\,\mathcal{S}_i^2 \quad i = 1,\, 2$$

donde $\alpha = \frac{3c\,k_B\,T_0}{p_0}$

- **Modelo con parámetro de orden**

$$\mathbf{S} = \frac{s}{3}\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \sim \hat{\nabla}\mathbf{v} \qquad \Rightarrow \qquad \mathcal{S}_i = \sqrt{\frac{3}{2}\left(\mathbf{S}_i : \mathbf{S}_i\right)} = s_i \quad i = 1,\, 2$$

- **Ecuación de Doi–Edwards**

$$\frac{D\mathcal{S}_i}{D\hat{t}} = (1-\mathcal{S}_i)(2\mathcal{S}_i+1)\frac{\partial \mathcal{B}}{\partial \hat{x}} - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\,\mathcal{F}\,U\left(\mathcal{S}_i\right), \quad U\left(\mathcal{S}_i\right) = \mathcal{S}_i\left(1 - \frac{N_i}{3}(1-\mathcal{S}_i)(2\mathcal{S}_i+1)\right)$$

- **Modelo de Ziabicki**

$$\frac{D\mathcal{Y}_i}{D\hat{t}} = k_{Ai}(\mathcal{S})(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_i) \qquad i = 1,\, 2$$

- **Viscosidad dinámica efectiva**

$$\hat{\tau} = 2\hat{\mu}_{ei,0}\,\hat{D} \quad \Rightarrow \quad \hat{\mu}_{ei,0} = \hat{\mu}_{i,0}(\mathcal{F})\exp\left(\beta_i\left(\frac{\mathcal{Y}_i}{\mathcal{Y}_{\infty,i}}\right)^{n_i}\right) + \frac{2}{3}\,\alpha_i\,\hat{\lambda}_i\,\hat{T}_i\,\mathcal{S}_i^2 \quad i = 1,\, 2$$

donde $\alpha = \dfrac{3c\,k_B\,T_0}{p_0}$

- **Modelo con parámetro de orden**

$$\mathbf{S} = \frac{s}{3}\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \sim \hat{\nabla}\mathbf{v} \qquad \Rightarrow \qquad \mathcal{S}_i = \sqrt{\frac{3}{2}\left(\mathbf{S}_i : \mathbf{S}_i\right)} = s_i \quad i = 1,\, 2$$

- **Ecuación de Doi–Edwards**

$$\frac{D\mathcal{S}_i}{D\hat{t}} = (1-\mathcal{S}_i)(2\mathcal{S}_i+1)\frac{\partial \mathcal{B}}{\partial \hat{x}} - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\,\mathcal{F}\,U\left(\mathcal{S}_i\right), \quad U\left(\mathcal{S}_i\right) = \mathcal{S}_i\left(1 - \frac{N_i}{3}(1-\mathcal{S}_i)(2\mathcal{S}_i+1)\right)$$

- **Modelo de Ziabicki**

$$\frac{D\mathcal{Y}_i}{D\hat{t}} = k_{Ai}(\mathcal{S})(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_i) \qquad i = 1,\, 2$$

- **Viscosidad dinámica efectiva**

$$\hat{\tau} = 2\hat{\mu}_{ei,0}\,\hat{D} \quad \Rightarrow \quad \hat{\mu}_{ei,0} = \hat{\mu}_{i,0}(\mathcal{F})\exp\left(\beta_i\left(\frac{\mathcal{Y}_i}{\mathcal{Y}_{\infty,i}}\right)^{n_i}\right) + \frac{2}{3}\,\alpha_i\,\hat{\lambda}_i\,\hat{T}_i\,\mathcal{S}_i^2 \quad i = 1,\, 2$$

donde $\alpha = \frac{3c\,k_B\,T_0}{p_0}$

- **Modelo con parámetro de orden**

$$\mathbf{S} = \frac{s}{3}\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \sim \hat{\nabla}\mathbf{v} \qquad \Rightarrow \qquad \mathcal{S}_i = \sqrt{\frac{3}{2}\left(\mathbf{S}_i : \mathbf{S}_i\right)} = s_i \quad i = 1,\, 2$$

- **Ecuación de Doi–Edwards**

$$\frac{D\mathcal{S}_i}{D\hat{t}} = (1-\mathcal{S}_i)(2\mathcal{S}_i+1)\frac{\partial \mathcal{B}}{\partial \hat{x}} - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\mathcal{F}\,U\left(\mathcal{S}_i\right), \quad U\left(\mathcal{S}_i\right) = \mathcal{S}_i\left(1 - \frac{N_i}{3}(1-\mathcal{S}_i)(2\mathcal{S}_i+1)\right)$$

- **Modelo de Ziabicki**

$$\frac{D\mathcal{Y}_i}{D\hat{t}} = k_{Ai}(\mathcal{S})(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_i) \qquad i = 1,\, 2$$

- **Viscosidad dinámica efectiva**

$$\hat{\boldsymbol{\tau}} = 2\hat{\mu}_{ei,0}\,\hat{\boldsymbol{D}} \quad \Rightarrow \quad \hat{\mu}_{ei,0} = \hat{\mu}_{i,0}(\mathcal{F})\exp\left(\beta_i\left(\frac{\mathcal{Y}_i}{\mathcal{Y}_{\infty,i}}\right)^{n_i}\right) + \frac{2}{3}\,\alpha_i\,\hat{\lambda}_i\,\hat{T}_i\,\mathcal{S}_i^2 \quad i = 1,\, 2$$

donde $\alpha = \frac{3c\,k_B\,T_0}{p_0}$

4. MODELO BIDIMENSIONAL EN ESTADO ESTACIONARIO

- **Ecuación de conservación de la masa**

$$\mathcal{A}_i\,\mathcal{B} = Q_i \qquad i = 1,\,2$$

- **Ecuación de conservación de cantidad de movimiento**

$$\bar{R}(\hat{\rho}_1\mathcal{A}_1 + \hat{\rho}_2\mathcal{A}_2)\,\mathcal{B}\frac{d\mathcal{B}}{d\hat{x}} = (\hat{\rho}_1\mathcal{A}_1 + \hat{\rho}_2\mathcal{A}_2)\frac{\bar{R}}{\bar{F}} + \frac{1}{2\bar{C}}\left(\frac{d\mathcal{R}_2}{d\hat{x}} + \frac{\sigma_1}{\sigma_2}\frac{d\mathcal{R}_1}{d\hat{x}}\right)$$
$$+\frac{d}{d\hat{x}}\left\{3\left(<\hat{\mu}_{e1,0}>\mathcal{A}_1 + <\hat{\mu}_{e2,0}>\mathcal{A}_2\right)\frac{d\mathcal{B}}{d\hat{x}}\right\}$$
$$-\hat{\mathcal{T}}_2\,\mathcal{R}_2 - \frac{d\hat{p}_e}{d\hat{x}}\,(\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2)$$

donde

$$<\hat{\mu}_{e1,0}>(\hat{x}) = \frac{1}{\mathcal{A}_1}\int_0^{\mathcal{R}_1}\hat{\mu}_{e1,0}(\hat{r},\hat{x})\,\hat{r}\,d\hat{r}$$

$$<\hat{\mu}_{e2,0}>(\hat{x}) = \frac{1}{\mathcal{A}_2}\int_{\mathcal{R}_1}^{\mathcal{R}_2}\hat{\mu}_{e2,0}(\hat{r},\hat{x})\,\hat{r}\,d\hat{r}$$

- **Viscosidad dinámica efectiva**

$$\hat{\mu}_{ei,0}(\hat{r},\hat{x}) = \hat{\mu}_i(\hat{T})\,\exp\left(\beta_i\left(\frac{\mathcal{Y}_i}{\mathcal{Y}_{\infty,i}}\right)^{n_i}\right) \qquad i = 1,\,2$$

- **Ecuación de conservación de la masa**

$$\mathcal{A}_i\,\mathcal{B} = Q_i \qquad i = 1,\,2$$

- **Ecuación de conservación de cantidad de movimiento**

$$\bar{R}(\hat{\rho}_1\mathcal{A}_1 + \hat{\rho}_2\mathcal{A}_2)\,\mathcal{B}\frac{d\mathcal{B}}{d\hat{x}} = (\hat{\rho}_1\mathcal{A}_1 + \hat{\rho}_2\mathcal{A}_2)\frac{\bar{R}}{\bar{F}} + \frac{1}{2\bar{C}}\left(\frac{d\mathcal{R}_2}{d\hat{x}} + \frac{\sigma_1}{\sigma_2}\frac{d\mathcal{R}_1}{d\hat{x}}\right)$$
$$+\frac{d}{d\hat{x}}\left\{3\left(<\hat{\mu}_{e1,0}>\mathcal{A}_1 + <\hat{\mu}_{e2,0}>\mathcal{A}_2\right)\frac{d\mathcal{B}}{d\hat{x}}\right\}$$
$$-\hat{T}_2\,\mathcal{R}_2 - \frac{d\hat{p}_e}{d\hat{x}}(\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2)$$

donde

$$<\hat{\mu}_{e1,0}>(\hat{x}) = \frac{1}{\mathcal{A}_1}\int_0^{\mathcal{R}_1}\hat{\mu}_{e1,0}(\hat{r},\hat{x})\,\hat{r}\,d\hat{r}$$
$$<\hat{\mu}_{e2,0}>(\hat{x}) = \frac{1}{\mathcal{A}_2}\int_{\mathcal{R}_1}^{\mathcal{R}_2}\hat{\mu}_{e2,0}(\hat{r},\hat{x})\,\hat{r}\,d\hat{r}$$

- **Viscosidad dinámica efectiva**

$$\hat{\mu}_{ei,0}(\hat{r},\hat{x}) = \hat{\mu}_i(\hat{T})\exp\left(\beta_i\left(\frac{\mathcal{Y}_i}{\mathcal{Y}_{\infty,i}}\right)^{n_i}\right) \qquad i = 1,\,2$$

- **Ecuación de conservación de la masa**

$$\mathcal{A}_i\,\mathcal{B} = Q_i \qquad i = 1,\, 2$$

- **Ecuación de conservación de cantidad de movimiento**

$$\bar{R}(\hat{\rho}_1\mathcal{A}_1 + \hat{\rho}_2\mathcal{A}_2)\,\mathcal{B}\frac{d\mathcal{B}}{d\hat{x}} = (\hat{\rho}_1\mathcal{A}_1 + \hat{\rho}_2\mathcal{A}_2)\frac{\bar{R}}{\bar{F}} + \frac{1}{2\bar{C}}\left(\frac{d\mathcal{R}_2}{d\hat{x}} + \frac{\sigma_1}{\sigma_2}\frac{d\mathcal{R}_1}{d\hat{x}}\right)$$
$$+\frac{d}{d\hat{x}}\left\{3\left(<\hat{\mu}_{e1,0}>\mathcal{A}_1 + <\hat{\mu}_{e2,0}>\mathcal{A}_2\right)\frac{d\mathcal{B}}{d\hat{x}}\right\}$$
$$-\hat{\mathcal{T}}_2\,\mathcal{R}_2 - \frac{d\hat{p}_e}{d\hat{x}}\left(\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2\right)$$

donde

$$<\hat{\mu}_{e1,0}>(\hat{x}) = \frac{1}{\mathcal{A}_1}\int_0^{\mathcal{R}_1}\hat{\mu}_{e1,0}(\hat{r},\hat{x})\,\hat{r}\,d\hat{r}$$

$$<\hat{\mu}_{e2,0}>(\hat{x}) = \frac{1}{\mathcal{A}_2}\int_{\mathcal{R}_1}^{\mathcal{R}_2}\hat{\mu}_{e2,0}(\hat{r},\hat{x})\,\hat{r}\,d\hat{r}$$

- **Viscosidad dinámica efectiva**

$$\hat{\mu}_{ei,0}(\hat{r},\hat{x}) = \hat{\mu}_i(\hat{T})\,\exp\left(\beta_i\left(\frac{\mathcal{Y}_i}{\mathcal{Y}_{\infty,i}}\right)^{n_i}\right) \qquad i = 1,\, 2$$

- **Ecuación de conservación de la masa**

$$\mathcal{A}_i\,\mathcal{B} = Q_i \qquad i = 1,\,2$$

- **Ecuación de conservación de cantidad de movimiento**

$$\bar{R}(\hat{\rho}_1\mathcal{A}_1 + \hat{\rho}_2\mathcal{A}_2)\,\mathcal{B}\frac{d\mathcal{B}}{d\hat{x}} = (\hat{\rho}_1\mathcal{A}_1 + \hat{\rho}_2\mathcal{A}_2)\frac{\bar{R}}{\bar{F}} + \frac{1}{2\bar{C}}\left(\frac{d\mathcal{R}_2}{d\hat{x}} + \frac{\sigma_1}{\sigma_2}\frac{d\mathcal{R}_1}{d\hat{x}}\right)$$
$$+\frac{d}{d\hat{x}}\left\{3\left(<\hat{\mu}_{e1,0}>\mathcal{A}_1 + <\hat{\mu}_{e2,0}>\mathcal{A}_2\right)\frac{d\mathcal{B}}{d\hat{x}}\right\}$$
$$-\hat{\mathcal{T}}_2\,\mathcal{R}_2 - \frac{d\hat{p}_e}{d\hat{x}}\,(\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2)$$

donde

$$<\hat{\mu}_{e1,0}>(\hat{x}) = \frac{1}{\mathcal{A}_1}\int_0^{\mathcal{R}_1}\hat{\mu}_{e1,0}(\hat{r},\hat{x})\,\hat{r}\,d\hat{r}$$
$$<\hat{\mu}_{e2,0}>(\hat{x}) = \frac{1}{\mathcal{A}_2}\int_{\mathcal{R}_1}^{\mathcal{R}_2}\hat{\mu}_{e2,0}(\hat{r},\hat{x})\,\hat{r}\,d\hat{r}$$

- **Viscosidad dinámica efectiva**

$$\hat{\mu}_{ei,0}(\hat{r},\hat{x}) = \hat{\mu}_i(\hat{T})\,\exp\left(\beta_i\left(\frac{\mathcal{Y}_i}{\mathcal{Y}_{\infty,i}}\right)^{n_i}\right) \qquad i = 1,\,2$$

- **Ecuación de conservación de energía**

$$\bar{P}\left(\frac{\hat{\rho}_i \hat{C}_i}{\hat{k}_i}\right)\mathcal{L}_{ss}\left(\hat{T}_i\right) = \frac{1}{\hat{r}}\frac{\partial}{\partial \hat{r}}\left(\hat{r}\,\frac{\partial \hat{T}_i}{\partial \hat{r}}\right) \qquad i = 1,\,2$$

donde $\mathcal{L}_{ss}(\alpha) \equiv \hat{u}_{i,0}\frac{\partial \alpha}{\partial \hat{x}} + \hat{v}_{i,0}\frac{\partial \alpha}{\partial \hat{r}}$

- Componentes del tensor de orientación molecular

$$\mathcal{L}_{ss}(s_{i\,r}) = (1 - s_{i\,r})(1 + s_{i\,x})\frac{d\mathcal{B}}{d\hat{x}} - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\left\{s_{i\,r} - \frac{N_i}{3}\left[(1 - s_{i\,r})(s_{i\,r} + 3\,\Pi_{i,s})\right]\right\} \qquad i = 1,\,2$$

$$\mathcal{L}_{ss}(s_{i\,x}) = (s_{i\,x} + 1)(2 - s_{i\,x})\frac{d\mathcal{B}}{d\hat{x}} - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\left\{s_{i\,x} - \frac{N_i}{3}\left[(s_{i\,x} + 1)(s_{i\,x} - 3\,\Pi_{i,s})\right]\right\} \qquad i = 1,\,2$$

- Grado de cristalización

$$\mathcal{L}_{ss}(\mathcal{Y}_i) = k_{Ai}(0)\exp\left(a_{2i}\mathcal{S}_i^2\right)(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_i) \qquad i = 1,\,2$$

- **Ecuación de conservación de energía**

$$\bar{P}\left(\frac{\hat{\rho}_i\hat{C}_i}{\hat{k}_i}\right)\mathcal{L}_{ss}\left(\hat{T}_i\right)=\frac{1}{\hat{r}}\frac{\partial}{\partial\hat{r}}\left(\hat{r}\,\frac{\partial\hat{T}_i}{\partial\hat{r}}\right)\qquad i=1,\,2$$

donde $\mathcal{L}_{ss}\left(\alpha\right)\equiv\hat{u}_{i,0}\frac{\partial\alpha}{\partial\hat{x}}+\hat{v}_{i,0}\frac{\partial\alpha}{\partial\hat{r}}$

- **Componentes del tensor de orientación molecular**

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{ss}\left(s_{i\,r}\right)&=\left(1-s_{i\,r}\right)\left(1+s_{i\,x}\right)\frac{d\mathcal{B}}{d\hat{x}}\\&\quad-\frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\left\{s_{i\,r}-\frac{N_i}{3}\left[\left(1-s_{i\,r}\right)\left(s_{i\,r}+3\,\Pi_{i,s}\right)\right]\right\}\qquad i=1,\,2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{ss}\left(s_{i\,x}\right)&=\left(s_{i\,x}+1\right)\left(2-s_{i\,x}\right)\frac{d\mathcal{B}}{d\hat{x}}\\&\quad-\frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\left\{s_{i\,x}-\frac{N_i}{3}\left[\left(s_{i\,x}+1\right)\left(s_{i\,x}-3\,\Pi_{i,s}\right)\right]\right\}\qquad i=1,\,2\end{aligned}$$

- **Grado de cristalización**

$$\mathcal{L}_{ss}\left(\mathcal{Y}_i\right)=k_{Ai}(0)\exp\left(a_{2i}\mathcal{S}_i^2\right)\left(\mathcal{Y}_{\infty,i}-\mathcal{Y}_i\right)\qquad i=1,\,2$$

- **Ecuación de conservación de energía**

$$\bar{P}\left(\frac{\hat{\rho}_i \hat{C}_i}{\hat{k}_i}\right)\mathcal{L}_{ss}\left(\hat{T}_i\right) = \frac{1}{\hat{r}}\frac{\partial}{\partial \hat{r}}\left(\hat{r}\,\frac{\partial \hat{T}_i}{\partial \hat{r}}\right) \qquad i = 1,\, 2$$

donde $\mathcal{L}_{ss}\left(\alpha\right) \equiv \hat{u}_{i,0}\frac{\partial \alpha}{\partial \hat{x}} + \hat{v}_{i,0}\frac{\partial \alpha}{\partial \hat{r}}$

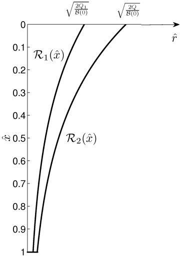
- **Componentes del tensor de orientación molecular**

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{ss}\left(s_{i\,r}\right) &= \left(1 - s_{i\,r}\right)\left(1 + s_{i\,x}\right)\frac{d\mathcal{B}}{d\hat{x}} \\ &\quad - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\left\{s_{i\,r} - \frac{N_i}{3}\left[\left(1 - s_{i\,r}\right)\left(s_{i\,r} + 3\,\Pi_{i,s}\right)\right]\right\} \qquad i = 1,\, 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{ss}\left(s_{i\,x}\right) &= \left(s_{i\,x} + 1\right)\left(2 - s_{i\,x}\right)\frac{d\mathcal{B}}{d\hat{x}} \\ &\quad - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\left\{s_{i\,x} - \frac{N_i}{3}\left[\left(s_{i\,x} + 1\right)\left(s_{i\,x} - 3\,\Pi_{i,s}\right)\right]\right\} \qquad i = 1,\, 2\end{aligned}$$

- **Grado de cristalización**

$$\mathcal{L}_{ss}\left(\mathcal{Y}_i\right) = k_{Ai}(0)\exp\left(a_{2i}\mathcal{S}_i^2\right)\left(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_i\right) \qquad i = 1,\, 2$$



- **Velocidad axial**

$$\mathcal{B}(0) = \mathcal{B}_0$$
$$\mathcal{B}(1) = D_r \mathcal{B}_0$$

- **Perfil inicial de temperatura**

$$\hat{T}_i(\hat{r}, 0) = \hat{T}_{i0}(\hat{r}) \qquad i = 1,\, 2$$

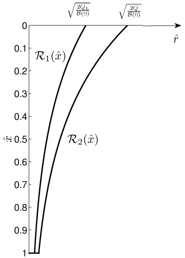
- **Condiciones radiales de temperatura**

$$\frac{\partial \hat{T}_1}{\partial \hat{r}}(0, \hat{x}) = 0$$

$$\hat{T}_1(\mathcal{R}_1, \hat{x}) = \hat{T}_2(\mathcal{R}_1, \hat{x})$$

$$\hat{q}_1(\mathcal{R}_1, \hat{x}) = \hat{q}_2(\mathcal{R}_1, \hat{x}) \quad \Rightarrow \quad -\hat{k}_1 \frac{\partial \hat{T}_1}{\partial \hat{r}}(\mathcal{R}_1, \hat{x}) = -\hat{k}_2 \frac{\partial \hat{T}_2}{\partial \hat{r}}(\mathcal{R}_1, \hat{x})$$

$$\hat{q}_2(\mathcal{R}_2, \hat{x}) = \hat{q}_e \quad \Rightarrow \quad -\hat{k}_2 \frac{\partial \hat{T}_2}{\partial \hat{r}}(\mathcal{R}_2, \hat{x}) = Bi\, \hat{h}_2 \left(\hat{T}_2(\mathcal{R}_2, \hat{x}) - \hat{T}_{\infty,2}\right)$$



- **Velocidad axial**

$$\mathcal{B}(0) = \mathcal{B}_0$$
$$\mathcal{B}(1) = D_r \mathcal{B}_0$$

- **Perfil inicial de temperatura**

$$\hat{T}_i(\hat{r}, 0) = \hat{T}_{i0}(\hat{r}) \qquad i = 1, 2$$

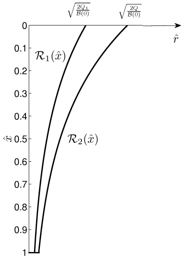
- **Condiciones radiales de temperatura**

$$\frac{\partial \hat{T}_1}{\partial \hat{r}}(0, \hat{x}) = 0$$

$$\hat{T}_1(\mathcal{R}_1, \hat{x}) = \hat{T}_2(\mathcal{R}_1, \hat{x})$$

$$\hat{q}_1(\mathcal{R}_1, \hat{x}) = \hat{q}_2(\mathcal{R}_1, \hat{x}) \qquad \Rightarrow \qquad -\hat{k}_1 \frac{\partial \hat{T}_1}{\partial \hat{r}}(\mathcal{R}_1, \hat{x}) = -\hat{k}_2 \frac{\partial \hat{T}_2}{\partial \hat{r}}(\mathcal{R}_1, \hat{x})$$

$$\hat{q}_2(\mathcal{R}_2, \hat{x}) = \hat{q}_e \qquad \Rightarrow \qquad -\hat{k}_2 \frac{\partial \hat{T}_2}{\partial \hat{r}}(\mathcal{R}_2, \hat{x}) = Bi\, \hat{h}_2 \left(\hat{T}_2(\mathcal{R}_2, \hat{x}) - \hat{T}_{\infty,2}\right)$$



- **Velocidad axial**

$$\mathcal{B}(0) = \mathcal{B}_0$$
$$\mathcal{B}(1) = D_r \mathcal{B}_0$$

- **Perfil inicial de temperatura**

$$\hat{T}_i(\hat{r}, 0) = \hat{T}_{i0}(\hat{r}) \qquad i = 1,\, 2$$

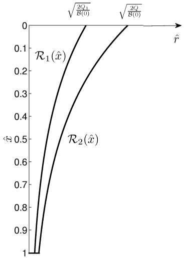
- **Condiciones radiales de temperatura**

$$\frac{\partial \hat{T}_1}{\partial \hat{r}}(0, \hat{x}) = 0$$

$$\hat{T}_1(\mathcal{R}_1, \hat{x}) = \hat{T}_2\,(\mathcal{R}_1, \hat{x})$$

$$\hat{q}_1\,(\mathcal{R}_1, \hat{x}) = \hat{q}_2\,(\mathcal{R}_1, \hat{x}) \qquad \Rightarrow \qquad -\hat{k}_1 \frac{\partial \hat{T}_1}{\partial \hat{r}}\,(\mathcal{R}_1, \hat{x}) = -\hat{k}_2 \frac{\partial \hat{T}_2}{\partial \hat{r}}\,(\mathcal{R}_1, \hat{x})$$

$$\hat{q}_2\,(\mathcal{R}_2, \hat{x}) = \hat{q}_e \qquad \Rightarrow \qquad -\hat{k}_2 \frac{\partial \hat{T}_2}{\partial \hat{r}}(\mathcal{R}_2, \hat{x}) = Bi\, \hat{h}_2 \left(\hat{T}_2(\mathcal{R}_2, \hat{x}) - \hat{T}_{\infty,2}\right)$$



- **Velocidad axial**

$$\mathcal{B}(0) = \mathcal{B}_0$$
$$\mathcal{B}(1) = D_r \mathcal{B}_0$$

- **Perfil inicial de temperatura**

$$\hat{T}_i(\hat{r}, 0) = \hat{T}_{i0}(\hat{r}) \qquad i = 1,\ 2$$

- **Condiciones radiales de temperatura**

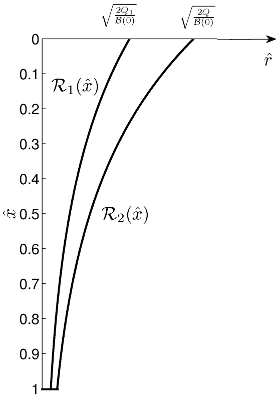
$$\frac{\partial \hat{T}_1}{\partial \hat{r}}(0, \hat{x}) = 0$$

$$\hat{T}_1(\mathcal{R}_1, \hat{x}) = \hat{T}_2\left(\mathcal{R}_1, \hat{x}\right)$$

$$\hat{q}_1\left(\mathcal{R}_1, \hat{x}\right) = \hat{q}_2\left(\mathcal{R}_1, \hat{x}\right) \qquad \Rightarrow \qquad -\hat{k}_1 \frac{\partial \hat{T}_1}{\partial \hat{r}}\left(\mathcal{R}_1, \hat{x}\right) = -\hat{k}_2 \frac{\partial \hat{T}_2}{\partial \hat{r}}\left(\mathcal{R}_1, \hat{x}\right)$$

$$\hat{q}_2\left(\mathcal{R}_2, \hat{x}\right) = \hat{q}_e \qquad \Rightarrow \qquad -\hat{k}_2 \frac{\partial \hat{T}_2}{\partial \hat{r}}(\mathcal{R}_2, \hat{x}) = Bi\, \hat{h}_2 \left(\hat{T}_2(\mathcal{R}_2, \hat{x}) - \hat{T}_{\infty,2}\right)$$

Tesis Doctoral
Francisco José Blanco Rodríguez
1.Introducción y objetivos
2.Modelado matemático
3.Modelo 1–D
4.Modelo 2–D
5.Resultados para fibras compuestas
6.Conclusions

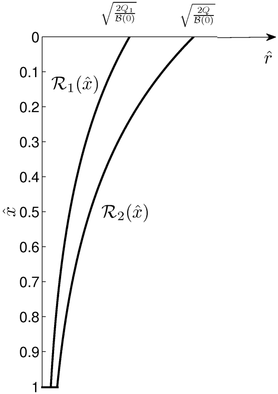


- Perfil inicial para el parámetro de orientación molecular

$$s_{i\,r}(\hat{r},0) = \mathcal{S}_{i0}(\hat{r}) \qquad i = 1,\, 2$$
$$s_{i\,x}(\hat{r},0) = 2\,\mathcal{S}_{i0}(\hat{r}) \qquad i = 1,\, 2$$

- Perfil inicial para el grado de cristalización

$$\mathcal{Y}_i(\hat{r},0) = \mathcal{Y}_{i0}(\hat{r}) \qquad i = 1,\, 2$$

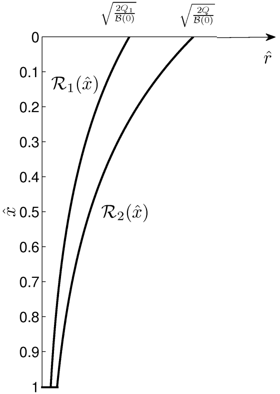


- **Perfil inicial para el parámetro de orientación molecular**

$$s_{i\,r}(\hat{r},0) = \mathcal{S}_{i0}(\hat{r}) \qquad i = 1,\, 2$$
$$s_{i\,x}(\hat{r},0) = 2\,\mathcal{S}_{i0}(\hat{r}) \qquad i = 1,\, 2$$

- **Perfil inicial para el grado de cristalización**

$$\mathcal{Y}_i(\hat{r},0) = \mathcal{Y}_{i0}(\hat{r}) \qquad i = 1,\, 2$$



- **Perfil inicial para el parámetro de orientación molecular**

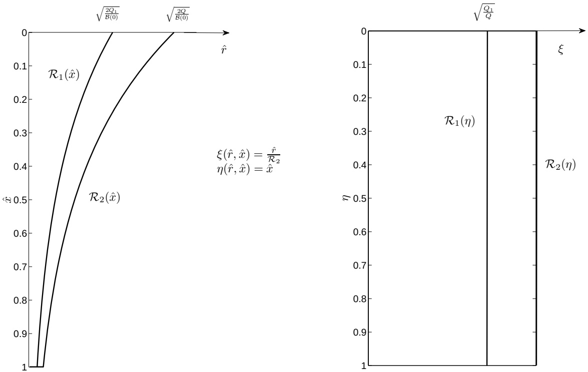
$$s_{i\,r}(\hat{r},0) = \mathcal{S}_{i0}(\hat{r}) \qquad i = 1,\, 2$$
$$s_{i\,x}(\hat{r},0) = 2\,\mathcal{S}_{i0}(\hat{r}) \qquad i = 1,\, 2$$

- **Perfil inicial para el grado de cristalización**

$$\mathcal{Y}_i(\hat{r},0) = \mathcal{Y}_{i0}(\hat{r}) \qquad i = 1,\, 2$$

$(\hat{r}, \hat{x}) \mapsto (\xi, \eta)$ transforma el espacio $\Omega_{\hat{r}\hat{x}} = \{[0,\, \mathcal{R}_2(\hat{x})] \times [0,\, 1]\}$ en un dominio rectangular $\Omega_{\xi\eta} = \{[0,\, 1] \times [0,\, 1]\}$

$(\hat{r},\hat{x}) \mapsto (\xi,\eta)$ transforma el espacio $\Omega_{\hat{r}\hat{x}} = \{[0,\ \mathcal{R}_2(\hat{x})] \times [0,\ 1]\}$ en un dominio rectangular $\Omega_{\xi\eta} = \{[0,\ 1] \times [0,\ 1]\}$



- **Temperatura**

$$\frac{\partial \hat{T}_i}{\partial \eta} = \frac{1}{2\,Q}\,\frac{1}{\bar{P}_i}\,\frac{1}{\xi}\,\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\xi \frac{\partial \hat{T}_i}{\partial \xi}\right) \qquad i = 1,\,2$$

donde $\bar{P}_i = \bar{P}\left(\frac{\hat{\rho}_i \hat{C}_i}{\hat{k}_i}\right)$

- Componentes del tensor de orientación molecular

$$\mathcal{B}\,\frac{\partial s_{i\,r}}{\partial \eta} = (1 - s_{i\,r})\,(1 + s_{i\,x})\,\frac{d\mathcal{B}}{d\eta} - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\left\{s_{i\,r} - \frac{N_i}{3}\left[(1 - s_{i\,r})\,(s_{i\,r} + 3\,\Pi_{i,s})\right]\right\}$$

$$\mathcal{B}\,\frac{\partial s_{i\,x}}{\partial \eta} = (s_{i\,x} + 1)\,(2 - s_{i\,x})\,\frac{d\mathcal{B}}{d\eta} - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\left\{s_{i\,x} - \frac{N_i}{3}\left[(s_{i\,x} + 1)\,(s_{i\,x} - 3\,\Pi_{i,s})\right]\right\}$$

- Grado de cristalización

$$\mathcal{B}\,\frac{\partial \mathcal{Y}_i}{\partial \eta} = k_{Ai}(0)\exp\left(a_{2i}\mathcal{S}_i^2\right)\left(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_i\right) \qquad i = 1,\,2$$

- **Temperatura**

$$\frac{\partial \hat{T}_i}{\partial \eta} = \frac{1}{2\,Q}\,\frac{1}{\bar{P}_i}\,\frac{1}{\xi}\,\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\xi\frac{\partial \hat{T}_i}{\partial \xi}\right) \qquad i = 1,\,2$$

donde $\bar{P}_i = \bar{P}\left(\frac{\hat{\rho}_i \hat{C}_i}{\hat{k}_i}\right)$

- **Componentes del tensor de orientación molecular**

$$\mathcal{B}\,\frac{\partial s_{i\,r}}{\partial \eta} = (1 - s_{i\,r})\,(1 + s_{i\,x})\,\frac{d\mathcal{B}}{d\eta} - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\left\{s_{i\,r} - \frac{N_i}{3}\left[(1 - s_{i\,r})\,(s_{i\,r} + 3\,\Pi_{i,s})\right]\right\}$$

$$\mathcal{B}\,\frac{\partial s_{i\,x}}{\partial \eta} = (s_{i\,x} + 1)\,(2 - s_{i\,x})\,\frac{d\mathcal{B}}{d\eta} - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\left\{s_{i\,x} - \frac{N_i}{3}\left[(s_{i\,x} + 1)\,(s_{i\,x} - 3\,\Pi_{i,s})\right]\right\}$$

- **Grado de cristalización**

$$\mathcal{B}\,\frac{\partial \mathcal{Y}_i}{\partial \eta} = k_{Ai}(0)\exp\left(a_{2i}\mathcal{S}_i^2\right)\left(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_i\right) \qquad i = 1,\,2$$

- **Temperatura**

$$\frac{\partial \hat{T}_i}{\partial \eta} = \frac{1}{2\,Q}\,\frac{1}{\bar{P}_i}\,\frac{1}{\xi}\,\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\xi \frac{\partial \hat{T}_i}{\partial \xi}\right) \qquad i = 1,\, 2$$

donde $\bar{P}_i = \bar{P}\left(\frac{\hat{\rho}_i \hat{C}_i}{\hat{k}_i}\right)$

- **Componentes del tensor de orientación molecular**

$$\mathcal{B}\,\frac{\partial s_{i\,r}}{\partial \eta} = (1 - s_{i\,r})\,(1 + s_{i\,x})\,\frac{d\mathcal{B}}{d\eta} - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\left\{s_{i\,r} - \frac{N_i}{3}\left[(1 - s_{i\,r})\,(s_{i\,r} + 3\,\Pi_{i,s})\right]\right\}$$

$$\mathcal{B}\,\frac{\partial s_{i\,x}}{\partial \eta} = (s_{i\,x} + 1)\,(2 - s_{i\,x})\,\frac{d\mathcal{B}}{d\eta} - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\left\{s_{i\,x} - \frac{N_i}{3}\left[(s_{i\,x} + 1)\,(s_{i\,x} - 3\,\Pi_{i,s})\right]\right\}$$

- **Grado de cristalización**

$$\mathcal{B}\,\frac{\partial \mathcal{Y}_i}{\partial \eta} = k_{Ai}(0)\exp\left(a_{2i}\mathcal{S}_i^2\right)\left(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_i\right) \qquad i = 1,\, 2$$

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

- **Temperatura promedio de los chorros**

$$< \hat{T}_1 > (\eta) = \frac{2\,Q}{Q_1} \int_0^{\sqrt{\frac{Q_1}{Q}}} \hat{T}_1(\xi,\eta)\,\xi\,d\xi$$

$$< \hat{T}_2 > (\eta) = \frac{2\,Q}{Q_2} \int_{\sqrt{\frac{Q_1}{Q}}}^{1} \hat{T}_2(\xi,\eta)\,\xi\,d\xi$$

- **Ecuación de evolución de la temperatura promedio global de la fibra**

$$\frac{d{<}\,\hat{T}\,{>}}{d\eta} = -\frac{St}{\hat{\rho}_1\hat{C}_1 Q_1 + \hat{\rho}_2\hat{C}_2 Q_2}\mathcal{R}_2(\eta)\,\hat{h}_2\left(\hat{T}_2\,(1,\eta) - \hat{T}_{\infty,2}\right)$$

donde $St = \frac{Bi}{P}$

- **Temperatura promedio global de la fibra**

$$< \hat{T} > (\eta) = \frac{\bar{P}_1\left(\frac{\hat{k}_1}{\hat{k}_2}\right) Q_1 \; < \hat{T}_1(\eta) > + \bar{P}_2\,Q_2 \; < \hat{T}_2(\eta) >}{\bar{P}_1\left(\frac{\hat{k}_1}{\hat{k}_2}\right) Q_1 + \bar{P}_2\,Q_2}$$

- **Temperatura promedio de los chorros**

$$< \hat{T}_1 > (\eta) = \frac{2\,Q}{Q_1} \int_0^{\sqrt{\frac{Q_1}{Q}}} \hat{T}_1(\xi,\eta)\,\xi\,d\xi$$
$$< \hat{T}_2 > (\eta) = \frac{2\,Q}{Q_2} \int_{\sqrt{\frac{Q_1}{Q}}}^{1} \hat{T}_2(\xi,\eta)\,\xi\,d\xi$$

- **Ecuación de evolución de la temperatura promedio global de la fibra**

$$\frac{d< \hat{T} >}{d\eta} = -\frac{St}{\hat{\rho}_1 \hat{C}_1 Q_1 + \hat{\rho}_2 \hat{C}_2 Q_2} \mathcal{R}_2(\eta)\,\hat{h}_2 \left(\hat{T}_2\,(1,\eta) - \hat{T}_{\infty,2}\right)$$

donde $St = \frac{Bi}{P}$

- **Temperatura promedio global de la fibra**

$$< \hat{T} > (\eta) = \frac{\bar{P}_1 \left(\frac{\hat{k}_1}{\hat{k}_2}\right) Q_1 \; < \hat{T}_1(\eta) > + \bar{P}_2\, Q_2 \; < \hat{T}_2(\eta) >}{\bar{P}_1 \left(\frac{\hat{k}_1}{\hat{k}_2}\right) Q_1 + \bar{P}_2\, Q_2}$$

- **Temperatura promedio de los chorros**

$$< \hat{T}_1 > (\eta) = \frac{2\,Q}{Q_1} \int_0^{\sqrt{\frac{Q_1}{Q}}} \hat{T}_1(\xi,\eta)\,\xi\,d\xi$$
$$< \hat{T}_2 > (\eta) = \frac{2\,Q}{Q_2} \int_{\sqrt{\frac{Q_1}{Q}}}^{1} \hat{T}_2(\xi,\eta)\,\xi\,d\xi$$

- **Ecuación de evolución de la temperatura promedio global de la fibra**

$$\frac{d\!< \hat{T} >}{d\eta} = -\frac{St}{\hat{\rho}_1\hat{C}_1 Q_1 + \hat{\rho}_2\hat{C}_2 Q_2}\mathcal{R}_2(\eta)\,\hat{h}_2\left(\hat{T}_2\,(1,\eta) - \hat{T}_{\infty,2}\right)$$

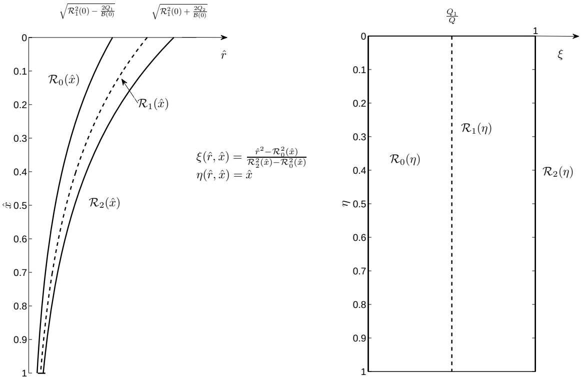
donde $St = \frac{Bi}{P}$

- **Temperatura promedio global de la fibra**

$$< \hat{T} > (\eta) = \frac{\bar{P}_1\left(\frac{\hat{k}_1}{\hat{k}_2}\right)\,Q_1\; < \hat{T}_1(\eta) > + \bar{P}_2\,Q_2\; < \hat{T}_2(\eta) >}{\bar{P}_1\left(\frac{\hat{k}_1}{\hat{k}_2}\right)\,Q_1 + \bar{P}_2\,Q_2}$$

$(\hat{r}, \hat{x}) \mapsto (\xi, \eta)$ transforma el espacio $\Omega_{\hat{r}\hat{x}} = \{[\mathcal{R}_0(\hat{x}),\, \mathcal{R}_2(\hat{x})] \times [0,\, 1]\}$ en un dominio rectangular $\Omega_{\xi\eta} = \{[0,\, 1] \times [0,\, 1]\}$

$(\hat{r}, \hat{x}) \mapsto (\xi, \eta)$ transforma el espacio $\Omega_{\hat{r}\hat{x}} = \{[\mathcal{R}_0(\hat{x}),\, \mathcal{R}_2(\hat{x})] \times [0,\, 1]\}$ en un dominio rectangular $\Omega_{\xi\eta} = \{[0,\, 1] \times [0,\, 1]\}$



- **Temperatura**

$$\frac{\partial \hat{T}_i}{\partial \eta} = \frac{1}{Q}\frac{2}{\bar{P}_i}\frac{\partial}{\partial \xi}\left[\left(\frac{\mathcal{A}_0}{\mathcal{A}} + \xi\right)\frac{\partial \hat{T}_i}{\partial \xi}\right] \qquad i = 1,\, 2$$

donde $\mathcal{A}_0 = \frac{\mathcal{R}_0^2}{2}$ y $\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2$

- Componentes del tensor de orientación molecular

$$\mathcal{B}\frac{\partial s_{i\,r}}{\partial \eta} = (1 - s_{i\,r})\left[(1 + s_{i\,x})\frac{d\mathcal{B}}{d\eta} + \frac{1}{3}\frac{\mathcal{C}(\eta)}{\mathcal{A}(\eta)\xi + \mathcal{A}_0(\eta)}(3 + 2\,s_{i\,r} - s_{i\,x})\right] - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\left\{s_{i\,r} - \frac{N_i}{3}\left[(1 - s_{i\,r})(s_{i\,r} + 3\,\Pi_{i,s})\right]\right\} \qquad i = 1,\, 2$$

$$\mathcal{B}\frac{\partial s_{i\,x}}{\partial \eta} = (s_{i\,x} + 1)\left[(2 - s_{i\,x})\frac{d\mathcal{B}}{d\eta} + \frac{1}{3}\frac{\mathcal{C}(\eta)}{\mathcal{A}(\eta)\xi + \mathcal{A}_0(\eta)}(2\,s_{i\,r} - s_{i\,x})\right] - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\left\{s_{i\,x} - \frac{N_i}{3}\left[(s_{i\,x} + 1)(s_{i\,x} - 3\,\Pi_{i,s})\right]\right\} \qquad i = 1,\, 2$$

- Grado de cristalización

$$\mathcal{B}\frac{\partial \mathcal{Y}_i}{\partial \eta} = k_{Ai}(0)\exp\left(a_{2i}\mathcal{S}_i^2\right)(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_i) \qquad i = 1,\, 2$$

- **Temperatura**

$$\frac{\partial \hat{T}_i}{\partial \eta} = \frac{1}{Q}\frac{2}{\bar{P}_i}\frac{\partial}{\partial \xi}\left[\left(\frac{\mathcal{A}_0}{\mathcal{A}} + \xi\right)\frac{\partial \hat{T}_i}{\partial \xi}\right] \qquad i = 1,\, 2$$

donde $\mathcal{A}_0 = \frac{\mathcal{R}_0^2}{2}$ y $\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2$

- **Componentes del tensor de orientación molecular**

$$\mathcal{B}\frac{\partial s_{i\,r}}{\partial \eta} = (1 - s_{i\,r})\left[(1 + s_{i\,x})\frac{d\mathcal{B}}{d\eta} + \frac{1}{3}\frac{\mathcal{C}(\eta)}{\mathcal{A}(\eta)\xi + \mathcal{A}_0(\eta)}(3 + 2\,s_{i\,r} - s_{i\,x})\right] - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\left\{s_{i\,r} - \frac{N_i}{3}\left[(1 - s_{i\,r})\,(s_{i\,r} + 3\,\Pi_{i,s})\right]\right\} \qquad i = 1,\, 2$$

$$\mathcal{B}\frac{\partial s_{i\,x}}{\partial \eta} = (s_{i\,x} + 1)\left[(2 - s_{i\,x})\frac{d\mathcal{B}}{d\eta} + \frac{1}{3}\frac{\mathcal{C}(\eta)}{\mathcal{A}(\eta)\xi + \mathcal{A}_0(\eta)}(2\,s_{i\,r} - s_{i\,x})\right] - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\left\{s_{i\,x} - \frac{N_i}{3}\left[(s_{i\,x} + 1)\,(s_{i\,x} - 3\,\Pi_{i,s})\right]\right\} \qquad i = 1,\, 2$$

- **Grado de cristalización**

$$\mathcal{B}\frac{\partial \mathcal{Y}_i}{\partial \eta} = k_{Ai}(0)\exp\left(a_{2i}\mathcal{S}_i^2\right)\left(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_i\right) \qquad i = 1,\, 2$$

- **Temperatura**

$$\frac{\partial \hat{T}_i}{\partial \eta} = \frac{1}{Q}\frac{2}{\bar{P}_i}\frac{\partial}{\partial \xi}\left[\left(\frac{\mathcal{A}_0}{\mathcal{A}}+\xi\right)\frac{\partial \hat{T}_i}{\partial \xi}\right] \qquad i=1,\,2$$

donde $\mathcal{A}_0 = \frac{\mathcal{R}_0^2}{2}$ y $\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2$

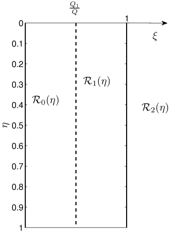
- **Componentes del tensor de orientación molecular**

$$\mathcal{B}\,\frac{\partial s_{i\,r}}{\partial \eta} = (1 - s_{i\,r})\left[(1+s_{i\,x})\,\frac{d\mathcal{B}}{d\eta} + \frac{1}{3}\,\frac{\mathcal{C}(\eta)}{\mathcal{A}(\eta)\xi + \mathcal{A}_0(\eta)}\,(3 + 2\,s_{i\,r} - s_{i\,x})\right] - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\left\{s_{i\,r} - \frac{N_i}{3}\left[(1 - s_{i\,r})\,(s_{i\,r} + 3\,\Pi_{i,s})\right]\right\} \qquad i=1,\,2$$

$$\mathcal{B}\,\frac{\partial s_{i\,x}}{\partial \eta} = (s_{i\,x} + 1)\left[(2 - s_{i\,x})\,\frac{d\mathcal{B}}{d\eta} + \frac{1}{3}\,\frac{\mathcal{C}(\eta)}{\mathcal{A}(\eta)\xi + \mathcal{A}_0(\eta)}\,(2\,s_{i\,r} - s_{i\,x})\right] - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\left\{s_{i\,x} - \frac{N_i}{3}\left[(s_{i\,x} + 1)\,(s_{i\,x} - 3\,\Pi_{i,s})\right]\right\} \qquad i=1,\,2$$

- **Grado de cristalización**

$$\mathcal{B}\,\frac{\partial \mathcal{Y}_i}{\partial \eta} = k_{Ai}(0)\exp\left(a_{2i}\mathcal{S}_i^2\right)\left(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_i\right) \qquad i=1,\,2$$



- **Velocidad axial**

$$\mathcal{B}(0) = \mathcal{B}_0$$
$$\mathcal{B}(1) = D_r \mathcal{B}_0$$

- **Perfil inicial de temperatura**

$$\hat{T}_i(\xi, 0) = \hat{T}_{i0}(\xi) \qquad i = 1,\, 2$$

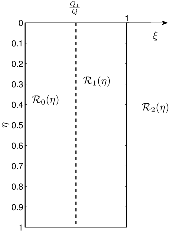
- **Condiciones radiales de temperatura**

$$-\frac{\partial \hat{T}_1}{\partial \xi}(0,\eta) + Bi_1 \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{R}_0} \hat{T}_1(0,\eta) = Bi_1 \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{R}_0} \hat{T}_{\infty,1} \qquad Bi_1 \equiv Bi\left(\frac{\hat{h}_1}{\hat{k}_1}\right)$$

$$\hat{T}_1\left(\frac{Q_1}{Q},\eta\right) = \hat{T}_2\left(\frac{Q_1}{Q},\eta\right)$$

$$-\hat{k}_1 \frac{\partial \hat{T}_1}{\partial \xi}\left(\frac{Q_1}{Q},\eta\right) = -\hat{k}_2 \frac{\partial \hat{T}_2}{\partial \xi}\left(\frac{Q_1}{Q},\eta\right)$$

$$\frac{\partial \hat{T}_2}{\partial \xi}(1,\eta) + Bi_2 \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{R}_2} \hat{T}_2(1,\eta) = Bi_2 \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{R}_2} \hat{T}_{\infty,2}$$



- **Velocidad axial**

$$\mathcal{B}(0) = \mathcal{B}_0$$
$$\mathcal{B}(1) = D_r \mathcal{B}_0$$

- **Perfil inicial de temperatura**

$$\hat{T}_i(\xi, 0) = \hat{T}_{i0}(\xi) \qquad i = 1,\, 2$$

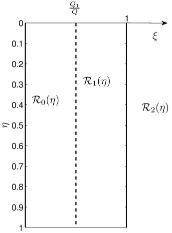
- **Condiciones radiales de temperatura**

$$-\frac{\partial \hat{T}_1}{\partial \xi}(0,\eta) + Bi_1 \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{R}_0} \hat{T}_1(0,\eta) = Bi_1 \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{R}_0} \hat{T}_{\infty,1} \qquad Bi_1 \equiv Bi \left(\frac{\hat{h}_1}{\hat{k}_1}\right)$$

$$\hat{T}_1\left(\frac{Q_1}{Q}, \eta\right) = \hat{T}_2\left(\frac{Q_1}{Q}, \eta\right)$$

$$-\hat{k}_1 \frac{\partial \hat{T}_1}{\partial \xi}\left(\frac{Q_1}{Q}, \eta\right) = -\hat{k}_2 \frac{\partial \hat{T}_2}{\partial \xi}\left(\frac{Q_1}{Q}, \eta\right)$$

$$\frac{\partial \hat{T}_2}{\partial \xi}(1,\eta) + Bi_2 \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{R}_2} \hat{T}_2(1,\eta) = Bi_2 \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{R}_2} \hat{T}_{\infty,2}$$



- **Velocidad axial**

$$\mathcal{B}(0) = \mathcal{B}_0$$
$$\mathcal{B}(1) = D_r \mathcal{B}_0$$

- **Perfil inicial de temperatura**

$$\hat{T}_i(\xi, 0) = \hat{T}_{i0}(\xi) \qquad i = 1,\, 2$$

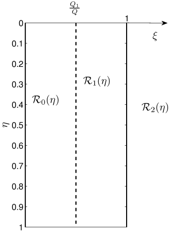
- **Condiciones radiales de temperatura**

$$-\frac{\partial \hat{T}_1}{\partial \xi}(0,\eta) + Bi_1 \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{R}_0} \hat{T}_1(0,\eta) = Bi_1 \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{R}_0} \hat{T}_{\infty,1} \qquad Bi_1 \equiv Bi\left(\frac{\hat{h}_1}{\hat{k}_1}\right)$$

$$\hat{T}_1\left(\frac{Q_1}{Q}, \eta\right) = \hat{T}_2\left(\frac{Q_1}{Q}, \eta\right)$$

$$-\hat{k}_1 \frac{\partial \hat{T}_1}{\partial \xi}\left(\frac{Q_1}{Q}, \eta\right) = -\hat{k}_2 \frac{\partial \hat{T}_2}{\partial \xi}\left(\frac{Q_1}{Q}, \eta\right)$$

$$\frac{\partial \hat{T}_2}{\partial \xi}(1,\eta) + Bi_2 \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{R}_2} \hat{T}_2(1,\eta) = Bi_2 \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{R}_2} \hat{T}_{\infty,2}$$



- **Velocidad axial**

$$\mathcal{B}(0) = \mathcal{B}_0$$
$$\mathcal{B}(1) = D_r \mathcal{B}_0$$

- **Perfil inicial de temperatura**

$$\hat{T}_i(\xi, 0) = \hat{T}_{i0}(\xi) \qquad i = 1,\ 2$$

- **Condiciones radiales de temperatura**

$$-\frac{\partial \hat{T}_1}{\partial \xi}(0,\eta) + Bi_1 \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{R}_0} \hat{T}_1(0,\eta) = Bi_1 \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{R}_0} \hat{T}_{\infty,1} \qquad Bi_1 \equiv Bi\left(\frac{\hat{h}_1}{\hat{k}_1}\right)$$

$$\hat{T}_1\left(\frac{Q_1}{Q},\eta\right) = \hat{T}_2\left(\frac{Q_1}{Q},\eta\right)$$

$$-\hat{k}_1 \frac{\partial \hat{T}_1}{\partial \xi}\left(\frac{Q_1}{Q},\eta\right) = -\hat{k}_2 \frac{\partial \hat{T}_2}{\partial \xi}\left(\frac{Q_1}{Q},\eta\right)$$

$$\frac{\partial \hat{T}_2}{\partial \xi}(1,\eta) + Bi_2 \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{R}_2} \hat{T}_2(1,\eta) = Bi_2 \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{R}_2} \hat{T}_{\infty,2}$$

- Temperatura promedio de los chorros

$$< \hat{T}_1 > (\eta) = \frac{Q}{Q_1} \int_0^{\frac{Q_1}{Q}} \hat{T}_1(\xi, \eta)\, d\xi$$

$$< \hat{T}_2 > (\eta) = \frac{Q}{Q_2} \int_{\frac{Q_1}{Q}}^{1} \hat{T}_2(\xi, \eta)\, d\xi$$

- Ecuación de evolución de la temperatura promedio global de la fibra

$$\frac{d< \hat{T} >}{d\eta} = -\frac{St}{\hat{\rho}_1 \hat{C}_1 Q_1 + \hat{\rho}_2 \hat{C}_2 Q_2} \cdot \left[\mathcal{R}_2(\eta)\, \hat{h}_2 \left(\hat{T}_2\,(1,\eta) - \hat{T}_{\infty,2} \right) + \mathcal{R}_0(\eta)\, \hat{h}_1 \left(\hat{T}_1\,(0,\eta) - \hat{T}_{\infty,1} \right) \right]$$

- **Temperatura promedio de los chorros**

$$< \hat{T}_1 > (\eta) = \frac{Q}{Q_1} \int_0^{\frac{Q_1}{Q}} \hat{T}_1(\xi, \eta)\, d\xi$$

$$< \hat{T}_2 > (\eta) = \frac{Q}{Q_2} \int_{\frac{Q_1}{Q}}^{1} \hat{T}_2(\xi, \eta)\, d\xi$$

- **Ecuación de evolución de la temperatura promedio global de la fibra**

$$\frac{d < \hat{T} >}{d\eta} = -\frac{St}{\hat{\rho}_1 \hat{C}_1 Q_1 + \hat{\rho}_2 \hat{C}_2 Q_2} \cdot \left[\mathcal{R}_2(\eta)\, \hat{h}_2 \left(\hat{T}_2(1,\eta) - \hat{T}_{\infty,2}\right) + \mathcal{R}_0(\eta)\, \hat{h}_1 \left(\hat{T}_1(0,\eta) - \hat{T}_{\infty,1}\right)\right]$$

- **Temperatura promedio de los chorros**

$$< \hat{T}_1 > (\eta) = \frac{Q}{Q_1} \int_0^{\frac{Q_1}{Q}} \hat{T}_1(\xi, \eta)\, d\xi$$

$$< \hat{T}_2 > (\eta) = \frac{Q}{Q_2} \int_{\frac{Q_1}{Q}}^{1} \hat{T}_2(\xi, \eta)\, d\xi$$

- **Ecuación de evolución de la temperatura promedio global de la fibra**

$$\frac{d < \hat{T} >}{d\eta} = -\frac{St}{\hat{\rho}_1 \hat{C}_1 Q_1 + \hat{\rho}_2 \hat{C}_2 Q_2} \cdot \left[\mathcal{R}_2(\eta)\, \hat{h}_2 \left(\hat{T}_2\,(1, \eta) - \hat{T}_{\infty,2}\right) + \mathcal{R}_0(\eta)\, \hat{h}_1 \left(\hat{T}_1\,(0, \eta) - \hat{T}_{\infty,1}\right)\right]$$

5. RESULTADOS NUMÉRICOS PARA FIBRAS COMPUESTAS

Caso	Bi	$\hat{H}_1$	$\hat{H}_2$	$\bar{P}_1$	$\bar{P}_2$	$\frac{\hat{k}_2}{\hat{k}_1}$	$\hat{D}_1$	$\hat{D}_2$
1	5	20	20	1	5	1	1	1
2	5	20	20	1	5	0.2	1	1
3	5	20	20	1	5	5	1	1
4	5	20	20	1	5	1	10	1
5	5	20	20	1	5	1	0.1	1
6	5	40	20	1	5	1	1	1
7	5	10	20	1	5	1	1	1
8	5	20	20	1	5	1	1	10
9	5	20	20	1	5	1	1	0.1
10	5	20	40	1	5	1	1	1
11	5	20	10	1	5	1	1	1
12	10	20	20	1	5	1	1	1
13	2.5	20	20	1	5	1	1	1

- **Perfil radial de temperatura**

$$\hat{T}(\xi,0)=\begin{cases}1+\Delta T\left(1-\left(\frac{\xi}{\xi_I}\right)^2\right) & 0\le\xi\le\xi_I\\ 1-\Delta T\left(\frac{\hat{k}_1}{\hat{k}_2}\right)\left(\left(\frac{\xi}{\xi_I}\right)^2-1\right) & \xi_I\le\xi\le 1\end{cases}$$

donde $\xi_I=\sqrt{\frac{Q_1}{Q}}$ y $\Delta T=0{,}1<\left(\frac{\hat{k}_2}{\hat{k}_1}\right)\left(\frac{Q_1}{Q_2}\right)$

- **Perfil radial para el parámetro orden de la orientación molecular**

$$\mathcal{S}(\xi,0)=\begin{cases}S_{10}-\Delta S_1\left(1-2\left(\frac{\xi}{\xi_I}\right)^2\right) & 0\le\xi\le\xi_I\\ S_{20}+\Delta S_2\left(1-\frac{2}{\left(\frac{1-\xi_I}{2}\right)^2}(\xi-1)(\xi_I-\xi)\right) & \xi_I\le\xi\le 1\end{cases}$$

donde $(S_{10},\,\Delta S_1)=(0{,}25,0{,}10)$ and $(S_{20},\,\Delta S_2)=(0{,}50,0{,}20)$

- **Perfil radial para el grado de cristalización**

$$\mathcal{Y}(\xi,0)=0 \qquad 0\le\xi\le 1$$

- **Perfil radial de temperatura**

$$\hat{T}(\xi,0) = \begin{cases} 1 + \Delta T\left(1 - \left(\frac{\xi}{\xi_I}\right)^2\right) & 0 \leq \xi \leq \xi_I \\ 1 - \Delta T\left(\frac{\hat{k}_1}{\hat{k}_2}\right)\left(\left(\frac{\xi}{\xi_I}\right)^2 - 1\right) & \xi_I \leq \xi \leq 1 \end{cases}$$

donde $\xi_I = \sqrt{\frac{Q_1}{Q}}$ y $\Delta T = 0{,}1 < \left(\frac{\hat{k}_2}{\hat{k}_1}\right)\left(\frac{Q_1}{Q_2}\right)$

- **Perfil radial para el parámetro orden de la orientación molecular**

$$\mathcal{S}(\xi,0) = \begin{cases} S_{10} - \Delta S_1\left(1 - 2\left(\frac{\xi}{\xi_I}\right)^2\right) & 0 \leq \xi \leq \xi_I \\ S_{20} + \Delta S_2\left(1 - \frac{2}{\left(\frac{1-\xi_I}{2}\right)^2}(\xi - 1)(\xi_I - \xi)\right) & \xi_I \leq \xi \leq 1 \end{cases}$$

donde $(S_{10}, \Delta S_1) = (0{,}25, 0{,}10)$ and $(S_{20}, \Delta S_2) = (0{,}50, 0{,}20)$

- **Perfil radial para el grado de cristalización**

$$\mathcal{Y}(\xi,0) = 0 \qquad 0 \leq \xi \leq 1$$

- **Perfil radial de temperatura**

$$\hat{T}(\xi,0)=\begin{cases} 1+\Delta T\left(1-\left(\frac{\xi}{\xi_I}\right)^2\right) & 0\le\xi\le\xi_I \\ 1-\Delta T\left(\frac{\hat{k}_1}{\hat{k}_2}\right)\left(\left(\frac{\xi}{\xi_I}\right)^2-1\right) & \xi_I\le\xi\le 1\end{cases}$$

donde $\xi_I=\sqrt{\frac{Q_1}{Q}}$ y $\Delta T=0{,}1<\left(\frac{\hat{k}_2}{\hat{k}_1}\right)\left(\frac{Q_1}{Q_2}\right)$

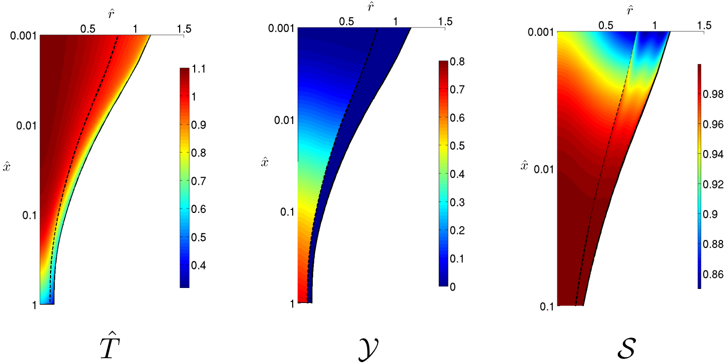
- **Perfil radial para el parámetro orden de la orientación molecular**

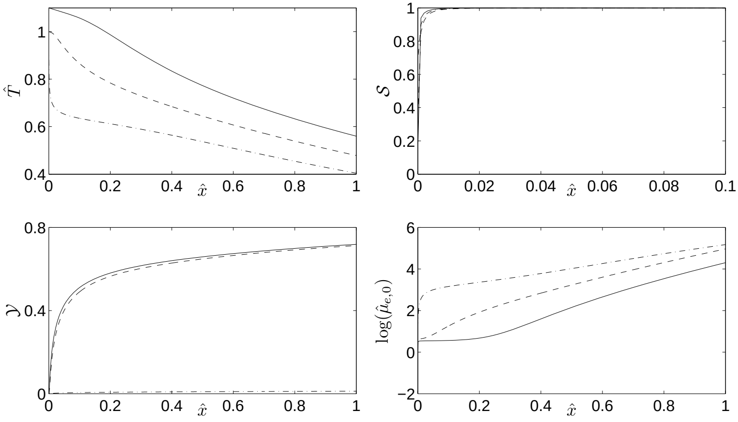
$$\mathcal{S}(\xi,0)=\begin{cases} S_{10}-\Delta S_1\left(1-2\left(\frac{\xi}{\xi_I}\right)^2\right) & 0\le\xi\le\xi_I \\ S_{20}+\Delta S_2\left(1-\frac{2}{\left(\frac{1-\xi_I}{2}\right)^2}(\xi-1)(\xi_I-\xi)\right) & \xi_I\le\xi\le 1\end{cases}$$

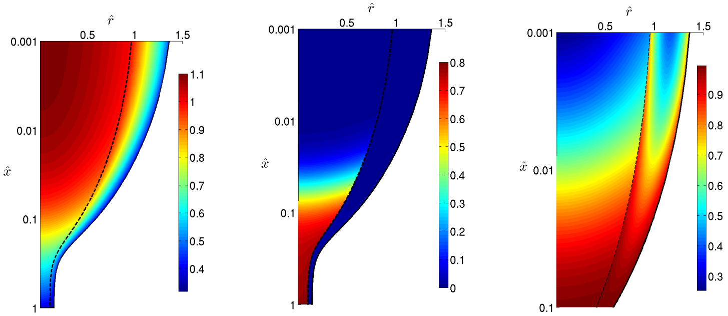
donde $(S_{10},\,\Delta S_1)=(0{,}25,0{,}10)$ and $(S_{20},\,\Delta S_2)=(0{,}50,0{,}20)$

- **Perfil radial para el grado de cristalización**

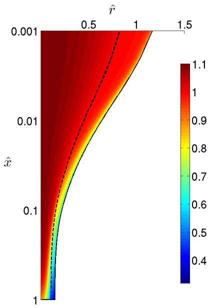
$$\mathcal{Y}(\xi,0)=0\qquad 0\le\xi\le 1$$


$\hat{r}$
0.5
1
1.5
0.001
0.01
0.1
1
$\hat{x}$
1.1
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
$\hat{T}$
$\hat{r}$
0.5
1
1.5
0.001
0.01
0.1
1
$\hat{x}$
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
$\mathcal{Y}$
$\hat{r}$
0.5
1
1.5
0.001
0.01
0.1
$\hat{x}$
0.98
0.96
0.94
0.92
0.9
0.88
0.86
$\mathcal{S}$

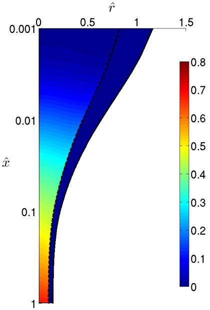

$\hat{T}$
$\hat{x}$
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
$\mathcal{S}$
0.02
0.04
0.06
0.08
0.1
$\mathcal{Y}$
$\log(\hat{\mu}_{e,0})$
−2
2
4
6



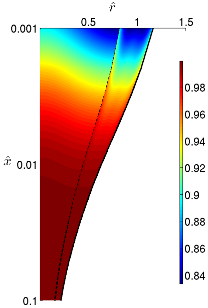
$\hat{T}$ $\mathcal{Y}$ $\mathcal{S}$



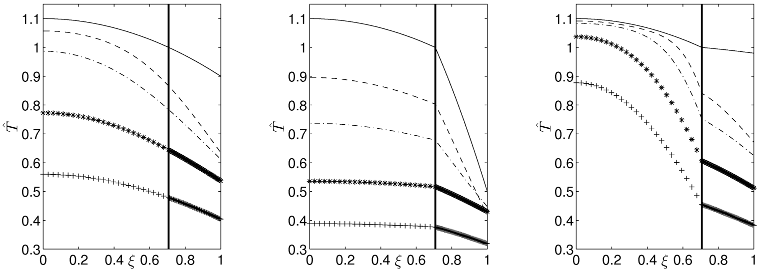
$\hat{T}$

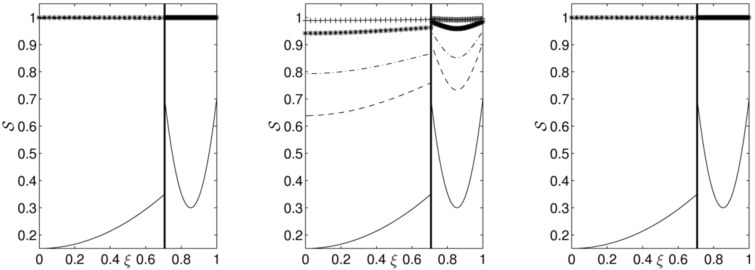


$\mathcal{Y}$

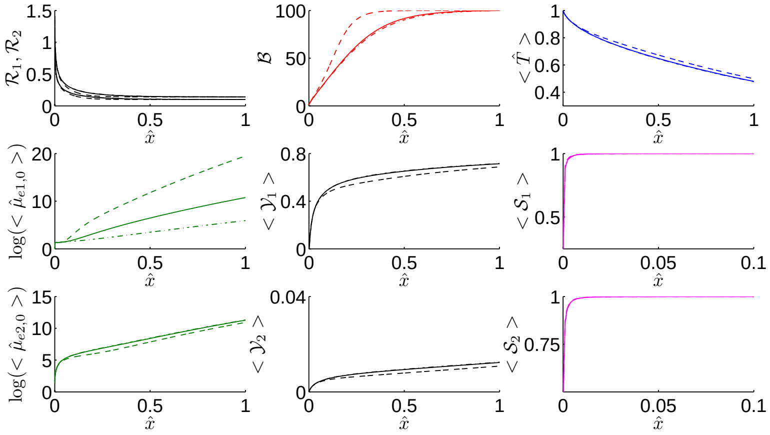


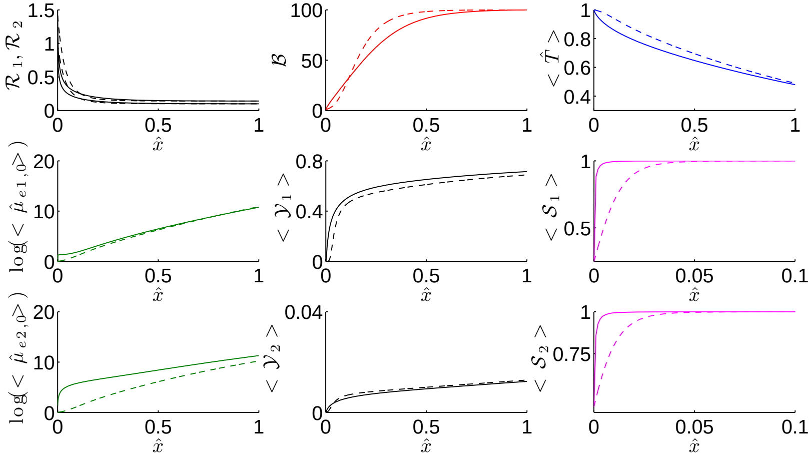
$\mathcal{S}$


$\hat{T}$
ξ
1.1
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1


S
ξ
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1

Variación de la energía de activación, $\hat{H}_1$, de la viscosidad dinámica del núcleo




$\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2$
$\mathcal{B}$
$<\hat{T}>$
$\log(<\hat{\mu}_{e1,0}>)$
$<\mathcal{Y}_1>$
$<\mathcal{S}_1>$
$\log(<\hat{\mu}_{e2,0}>)$
$<\mathcal{Y}_2>$
$<\mathcal{S}_2>$
$\hat{x}$

6. CONCLUSIONS

Conclusions

1. The two–dimensional model presented is really a **hybrid model**.
2. **Integro–differential type model**; its results highly dependent on $\hat{D}_i$ and $\hat{H}_i$.
3. **Temperature non–uniformities** exist even for small Biot numbers.
4. **Good qualitative agreement** between the 1–D and 2–D models.
5. **Crystallization** of the compound fibres is **mostly affected by thermal effects** rather than by FIC.
6. **Solidification** of the compound fibres is mainly **due to the increase in dynamic viscosity**.

1. The two–dimensional model presented is really a **hybrid model**.
2. **Integro–differential type model**; its results highly dependent on $\hat{D}_i$ and $\hat{H}_i$.
3. **Temperature non–uniformities** exist even for small Biot numbers.
4. **Good qualitative agreement** between the 1–D and 2–D models.
5. **Crystallization** of the compound fibres is **mostly affected by thermal effects** rather than by FIC.
6. **Solidification** of the compound fibres is mainly **due to the increase in dynamic viscosity**.

1. The two–dimensional model presented is really a **hybrid model**.
2. **Integro–differential type model**; its results highly dependent on $\hat{D}_i$ and $\hat{H}_i$.
3. **Temperature non–uniformities** exist even for small Biot numbers.
4. **Good qualitative agreement** between the 1–D and 2–D models.
5. **Crystallization** of the compound fibres is **mostly affected by thermal effects** rather than by FIC.
6. **Solidification** of the compound fibres is mainly **due to the increase in dynamic viscosity**.

1. The two–dimensional model presented is really a **hybrid model**.
2. **Integro–differential type model**; its results highly dependent on $\hat{D}_i$ and $\hat{H}_i$.
3. **Temperature non–uniformities** exist even for small Biot numbers.
4. **Good qualitative agreement** between the 1–D and 2–D models.
5. **Crystallization** of the compound fibres is **mostly affected by thermal effects** rather than by FIC.
6. **Solidification** of the compound fibres is mainly **due to the increase in dynamic viscosity**.

Conclusions

1. The two–dimensional model presented is really a **hybrid model**.
2. **Integro–differential type model**; its results highly dependent on $\hat{D}_i$ and $\hat{H}_i$.
3. **Temperature non–uniformities** exist even for small Biot numbers.
4. **Good qualitative agreement** between the 1–D and 2–D models.
5. **Crystallization** of the compound fibres is **mostly affected by thermal effects** rather than by FIC.
6. **Solidification** of the compound fibres is mainly **due to the increase in dynamic viscosity**.

1. The two–dimensional model presented is really a **hybrid model**.
2. **Integro–differential type model**; its results highly dependent on $\hat{D}_i$ and $\hat{H}_i$.
3. **Temperature non–uniformities** exist even for small Biot numbers.
4. **Good qualitative agreement** between the 1–D and 2–D models.
5. **Crystallization** of the compound fibres is **mostly affected by thermal effects** rather than by FIC.
6. **Solidification** of the compound fibres is mainly **due to the increase in dynamic viscosity**.

Conclusions

1. The two–dimensional model presented is really a **hybrid model**.
2. **Integro–differential type model**; its results highly dependent on $\hat{D}_i$ and $\hat{H}_i$.
3. **Temperature non–uniformities** exist even for small Biot numbers.
4. **Good qualitative agreement** between the 1–D and 2–D models.
5. **Crystallization** of the compound fibres is **mostly affected by thermal effects** rather than by FIC.
6. **Solidification** of the compound fibres is mainly **due to the increase in dynamic viscosity**.

Contributions

1. Extension of the existing one–dimensional model using a diagonal and traceless tensor for the molecular orientation.
2. Numerical implementation of the above model using `MATLAB`®.
3. Development of a hybrid two–dimensional model based on the one–dimensional equations for geometry and axial velocity.
4. Implementation on `MATLAB`® of an iterative FDM based on a mapping transformation.
5. Determining the most influential parameters on the melt spinning process by an extensive parametric study.
6. Comparison extensively between the results of both models:
   - Same qualitative trends.
   - Different (one–sign vs. two–sign) curvature velocity profile, under certain conditions.
   - Large differences may exist near the maximum swell section.
   - Non–uniformities temperature profile at the take–up point predicted by the 2–D model.

1. Extension of the existing one–dimensional model using a diagonal and traceless tensor for the molecular orientation.
2. Numerical implementation of the above model using MATLAB®.
3. Development of a hybrid two–dimensional model based on the one–dimensional equations for geometry and axial velocity.
4. Implementation on MATLAB® of an iterative FDM based on a mapping transformation.
5. Determining the most influential parameters on the melt spinning process by an extensive parametric study.
6. Comparison extensively between the results of both models:
   - Same qualitative trends.
   - Different (one–sign vs. two–sign) curvature velocity profile, under certain conditions.
   - Large differences may exist near the maximum swell section.
   - Non–uniformities temperature profile at the take–up point predicted by the 2–D model.

1. Extension of the existing one–dimensional model using a diagonal and traceless tensor for the molecular orientation.
2. Numerical implementation of the above model using MATLAB®.
3. Development of a hybrid two–dimensional model based on the one–dimensional equations for geometry and axial velocity.
4. Implementation on MATLAB® of an iterative FDM based on a mapping transformation.
5. Determining the most influential parameters on the melt spinning process by an extensive parametric study.
6. Comparison extensively between the results of both models:
   - Same qualitative trends.
   - Different (one–sign vs. two–sign) curvature velocity profile, under certain conditions.
   - Large differences may exist near the maximum swell section.
   - Non–uniformities temperature profile at the take–up point predicted by the 2–D model.

Contributions

1. Extension of the existing one–dimensional model using a diagonal and traceless tensor for the molecular orientation.
2. Numerical implementation of the above model using `MATLAB`®.
3. Development of a hybrid two–dimensional model based on the one–dimensional equations for geometry and axial velocity.
4. Implementation on `MATLAB`® of an iterative FDM based on a mapping transformation.
5. Determining the most influential parameters on the melt spinning process by an extensive parametric study.
6. Comparison extensively between the results of both models:
    - Same qualitative trends.
    - Different (one–sign vs. two–sign) curvature velocity profile, under certain conditions.
    - Large differences may exist near the maximum swell section.
    - Non–uniformities temperature profile at the take–up point predicted by the 2–D model.

Contributions

1. Extension of the existing one–dimensional model using a diagonal and traceless tensor for the molecular orientation.
2. Numerical implementation of the above model using `MATLAB`®.
3. Development of a hybrid two–dimensional model based on the one–dimensional equations for geometry and axial velocity.
4. Implementation on `MATLAB`® of an iterative FDM based on a mapping transformation.
5. Determining the most influential parameters on the melt spinning process by an extensive parametric study.
6. Comparison extensively between the results of both models:
   - Same qualitative trends.
   - Different (one–sign vs. two–sign) curvature velocity profile, under certain conditions.
   - Large differences may exist near the maximum swell section.
   - Non–uniformities temperature profile at the take–up point predicted by the 2–D model.

Contributions

1. Extension of the existing one–dimensional model using a diagonal and traceless tensor for the molecular orientation.
2. Numerical implementation of the above model using `MATLAB`®.
3. Development of a hybrid two–dimensional model based on the one–dimensional equations for geometry and axial velocity.
4. Implementation on `MATLAB`® of an iterative FDM based on a mapping transformation.
5. Determining the most influential parameters on the melt spinning process by an extensive parametric study.
6. Comparison extensively between the results of both models:
   - Same qualitative trends.
   - Different (one–sign vs. two–sign) curvature velocity profile, under certain conditions.
   - Large differences may exist near the maximum swell section.
   - Non–uniformities temperature profile at the take–up point predicted by the 2–D model.

Contributions

1. Extension of the existing one–dimensional model using a diagonal and traceless tensor for the molecular orientation.
2. Numerical implementation of the above model using `MATLAB`®.
3. Development of a hybrid two–dimensional model based on the one–dimensional equations for geometry and axial velocity.
4. Implementation on `MATLAB`® of an iterative FDM based on a mapping transformation.
5. Determining the most influential parameters on the melt spinning process by an extensive parametric study.
6. Comparison extensively between the results of both models:
   - Same qualitative trends.
   - Different (one–sign vs. two–sign) curvature velocity profile, under certain conditions.
   - Large differences may exist near the maximum swell section.
   - Non–uniformities temperature profile at the take–up point predicted by the 2–D model.

Suggestions for future work

1. Development of a fully two–dimensional model of the melt spinning of non–isothermal single–component single–phase semi–crystalline jets.
2. Development of a fully two–dimensional model of the melt spinning of non–isothermal bi–component solid and hollow compound single–phase semi–crystalline jets.
3. Improvement the model by **accounting for the effect of air drag and latent heat of crystallization**. Not important for moderate draw ratios.
4. Development and validation of a symmetric but **non–diagonal molecular orientation tensor**.

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1. Development of a fully two–dimensional model of the melt spinning of non–isothermal single–component single–phase semi–crystalline jets.
2. Development of a fully two–dimensional model of the melt spinning of non–isothermal bi–component solid and hollow compound single–phase semi–crystalline jets.
3. Improvement the model by **accounting for the effect of air drag and latent heat of crystallization**. Not important for moderate draw ratios.
4. Development and validation of a symmetric but **non–diagonal molecular orientation tensor**.

1. Development of a fully two–dimensional model of the melt spinning of non–isothermal single–component single–phase semi–crystalline jets.
2. Development of a fully two–dimensional model of the melt spinning of non–isothermal bi–component solid and hollow compound single–phase semi–crystalline jets.
3. Improvement the model by **accounting for the effect of air drag and latent heat of crystallization**. Not important for moderate draw ratios.
4. Development and validation of a symmetric but **non–diagonal molecular orientation tensor**.

1. Development of a fully two–dimensional model of the melt spinning of non–isothermal single–component single–phase semi–crystalline jets.
2. Development of a fully two–dimensional model of the melt spinning of non–isothermal bi–component solid and hollow compound single–phase semi–crystalline jets.
3. Improvement the model by **accounting for the effect of air drag and latent heat of crystallization**. Not important for moderate draw ratios.
4. Development and validation of a symmetric but **non–diagonal molecular orientation tensor**.

1. Development of a fully two–dimensional model of the melt spinning of non–isothermal single–component single–phase semi–crystalline jets.
2. Development of a fully two–dimensional model of the melt spinning of non–isothermal bi–component solid and hollow compound single–phase semi–crystalline jets.
3. Improvement the model by **accounting for the effect of air drag and latent heat of crystallization**. Not important for moderate draw ratios.
4. Development and validation of a symmetric but **non–diagonal molecular orientation tensor**.

Francisco José Blanco Rodriguez
e–mail: `fjblanco@lcc.uma.es`
website: `http://www.lcc.uma.es/~fjblanco`

Documento creado con la clase BEAMER del procesador de texto LaTeX.

GRACIAS POR SU ATENCIÓN