

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

- 1.Introduccióı y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1–E
- 4.Modelo 2–[
- Resultados ara fibras
- 6.Conclusions

NUMERICAL SIMULATION OF THE MOLECULAR ORIENTATION AND DEGREE OF CRYSTALLIZATION OF SEMI-CRYSTALLINE FIBRES



Autor: Francisco José Blanco Rodríguez Director: Dr. Juan I. Ramos

Depto. de Lenguajes y Ciencias de la Computación E.T.S.I. Industriales, Universidad de Málaga

> 23 de marzo de 2012, *12:00 h.* Lugar: **Sala de Grados B**



CONTENIDOS

Tesis Doctoral

Introducción y objetivos

Introducción Antecedentes Fenómenos de orientación molecular y cristalización Consideraciones numéricas del proceso Obietivos de la tesis

Modelo de fabricación de fibras. Melt spinning

Formulación matemática. Ecuaciones y condiciones de contorno Adimensionalización Modelo de orientación molecular Modelo de cristalización

3 Modelo unidimensional

Modelo asintótico 1-D para fibras compuestas amorfas Modelo asintótico 1-D para fibras anulares compuestas amorfas Modelo 1-D para la orientación molecular y grado de cristalización

4 Modelo bidimensional en estado estacionario

Modelo estacionario 2-D para fibras compuestas semicristalinas Modelo estacionario 2-D para fibras anulares compuestas semicristalinas

6 Fibras semicristalinas compuestas. Resultados numéricos Introducción. Parámetros del proceso Resultados numéricos





Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

Involucra la extrusión y el estirado de una preforma cilíndrica de líquido. Se distinguen cuatro regiones.



 Región de flujo confinado.

- Región de reorganización del flujo.
- Sona de estirado de la fibra.
- 4 Región de solidificación.

-

4/55



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

Quench





 Región de flujo confinado.

- Región de reorganización del flujo.
- 3 Zona de estirado de la fibra.
- Región de solidificación.



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

Quench





Región de flujo confinado.

- Región de reorganización del flujo.
- 3 Zona de estirado de la fibra.
- 4 Región de solidificación.

-

4 / 55



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions





 Región de flujo confinado.

- Región de reorganización del flujo.
- Zona de estirado de la fibra.
- Región de solidificación.



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions





- Región de flujo confinado.
- Región de reorganización del flujo.
- Sona de estirado de la fibra.

Región de solidificación.



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions





- Región de flujo confinado.
- Región de reorganización del flujo.
- Sona de estirado de la fibra.

4 Región de solidificación.



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas





- Región de flujo confinado.
- Región de reorganización del flujo.
- Sona de estirado de la fibra.
- 4 Región de solidificación.



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

- 3.Modelo 1-D
- 4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Gran interés en los últimos años por la fabricación MOF.

- Diferentes procesos de fabricación mediante torres de estirado.
- Uso de polímeros (POF).
- Correcto modelado del proceso de estirado.
- Aplicaciones
 - Industria de las telecomunicaciones: Transmisión de datos.
 - Industria química: Procesos de filtración y separación.
 - Industria biomédica: cirugía por laser, ingeniería do telidos, préteris
 - () Industria textil





Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

- 3.Modelo 1-D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions

- Gran interés en los últimos años por la fabricación MOF.
- Diferentes procesos de fabricación mediante torres de estirado.
- Uso de polímeros (POF).
- Correcto modelado del proceso de estirado.
- Aplicaciones
 - Industria de las telecomunicaciones: Transmisión de datos.
 - Industria química: Procesos de filtración y separación.
 - Industria biomédica: cirugía por laser, ingeniería de tejidos, prétecis
 - () Industria textil





Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

- 3.Modelo 1-D
- 4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

- Gran interés en los últimos años por la fabricación MOF.
- Diferentes procesos de fabricación mediante torres de estirado.
- Uso de polímeros (POF).
- Correcto modelado del proceso de estirado.
- Aplicaciones
 - Industria de las telecomunicaciones: Transmisión de datos.
 - Industria química: Procesos de filtración y separación.
 - Industria biomédica: cirugía por laser, ingeniería do telidos, préteris
 - () Industria textil





Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

- 3.Modelo 1-D
- 4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

- Gran interés en los últimos años por la fabricación MOF.
- Diferentes procesos de fabricación mediante torres de estirado.
- Uso de polímeros (POF).
- Correcto modelado del proceso de estirado.
- Aplicaciones
 - **1** Industria de las telecomunicaciones: Transmisión de datos.
 - Industria química: Procesos de filtración y separación.
 - Industria biomédica: cirugía por laser, in registrio de traiidea, préteria.
 - ④ Industria textil





Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

- 3.Modelo 1–D
- 4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

- Gran interés en los últimos años por la fabricación MOF.
- Diferentes procesos de fabricación mediante torres de estirado.
- Uso de polímeros (POF).
- Correcto modelado del proceso de estirado.
- Aplicaciones
 - **1** Industria de las telecomunicaciones: Transmisión de datos.
 - Industria química: Procesos de filtración y separación.
 - 3 Industria biomédica: cirugía por laser,
 - A Industria textil





Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

- 3.Modelo 1–D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions

- Gran interés en los últimos años por la fabricación MOF.
- Diferentes procesos de fabricación mediante torres de estirado.
- Uso de polímeros (POF).
- Correcto modelado del proceso de estirado.
- Aplicaciones
 - **1** Industria de las telecomunicaciones: Transmisión de datos.
 - 2 Industria química: Procesos de filtración y separación.
 - 3 Industria biomédica: cirugía por laser,
 - ingeniería de tejidos, prótesis...
 - Industria textil





Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

- Gran interés en los últimos años por la fabricación MOF.
- Diferentes procesos de fabricación mediante torres de estirado.
- Uso de polímeros (POF).
- Correcto modelado del proceso de estirado.
- Aplicaciones
 - **1** Industria de las telecomunicaciones: Transmisión de datos.
 - Industria química: Procesos de filtración y separación.
 - Industria biomédica: cirugía por laser,
 - ingeniería de tejidos, prótesis...
 - Industria textil





Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

- Gran interés en los últimos años por la fabricación MOF.
- Diferentes procesos de fabricación mediante torres de estirado.
- Uso de polímeros (POF).
- Correcto modelado del proceso de estirado.
- Aplicaciones
 - **1** Industria de las telecomunicaciones: Transmisión de datos.
 - 2 Industria química: Procesos de filtración y separación.
 - Industria biomédica: cirugía por laser, ingeniería de tejidos, prótesis...

4 Industria textil





Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

- Gran interés en los últimos años por la fabricación MOF.
- Diferentes procesos de fabricación mediante torres de estirado.
- Uso de polímeros (POF).
- Correcto modelado del proceso de estirado.
- Aplicaciones
 - **1** Industria de las telecomunicaciones: Transmisión de datos.
 - 2 Industria química: Procesos de filtración y separación.
 - Industria biomédica: cirugía por laser, ingeniería de tejidos, prótesis...
 - Industria textil



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

Fibras compuestas

-) Uso de métodos de perturbaciones para fibras compuestas isotermas para De << 1.
- 2 Lee y Park estudiaron la estabilidad del modelo de Park.
- Oesarrollo de modelos de fibras compuestas isotermas basado en métodos asintóticos.
- Inclusión de fenómenos de orientación molecular y cristalización para fibras compuestas usando parámetro de orden



Fibras compuestas

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

1 Uso de métodos de perturbaciones para fibras compuestas isotermas para De << 1.

2 Lee y Park estudiaron la estabilidad del modelo de Park.

- Oesarrollo de modelos de fibras compuestas isotermas basado en métodos asintóticos.
- Inclusión de fenómenos de orientación molecular y cristalización para fibras compuestas usando parámetro de orden



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

Fibras compuestas

- **(**) Uso de métodos de perturbaciones para fibras compuestas isotermas para De << 1.
- 2 Lee y Park estudiaron la estabilidad del modelo de Park.
- Oesarrollo de modelos de fibras compuestas isotermas basado en métodos asintóticos.
- Inclusión de fenómenos de orientación molecular y cristalización para fibras compuestas usando parámetro de orden



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

Fibras compuestas

- Uso de métodos de perturbaciones para fibras compuestas isotermas para De << 1.</p>
- 2 Lee y Park estudiaron la estabilidad del modelo de Park.
- Oesarrollo de modelos de fibras compuestas isotermas basado en métodos asintóticos.
- Inclusión de fenómenos de orientación molecular y cristalización para fibras compuestas usando parámetro de orden

6/55



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

Fibras compuestas

- Uso de métodos de perturbaciones para fibras compuestas isotermas para De << 1.</p>
- 2 Lee y Park estudiaron la estabilidad del modelo de Park.
- Oesarrollo de modelos de fibras compuestas isotermas basado en métodos asintóticos.
- Inclusión de fenómenos de orientación molecular y cristalización para fibras compuestas usando parámetro de orden

6/55



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

Fibras compuestas

- Uso de métodos de perturbaciones para fibras compuestas isotermas para De << 1.</p>
- 2 Lee y Park estudiaron la estabilidad del modelo de Park.
- Oesarrollo de modelos de fibras compuestas isotermas basado en métodos asintóticos.
- Inclusión de fenómenos de orientación molecular y cristalización para fibras compuestas usando parámetro de orden



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

- 3.Modelo 1–D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

- 1 Análisis de flujos axilsimétricos estacionarios de films isotermos a Re << 1.
- 2 Yeow estudió la estabilidad lineal del modelo de Pearson y Petrie.
- ③ Uso de un modelo de Cosserat unidimensional para el estudio de fibras ópticas huecas no isotermas.
- (a) Análisis asintótico basados en la esbeltez de las fibras de chorros líquidos anulares no isotermos a Re << 1.
- Inclusión de fenómenos de orientación molecular y cristalización para fibras anulares compuestas usando parámetro de orden.



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

- 1 Análisis de flujos axilsimétricos estacionarios de films isotermos a Re << 1.
 - Yeow estudió la estabilidad lineal del modelo de Pearson y Petrie.
- ③ Uso de un modelo de Cosserat unidimensional para el estudio de fibras ópticas huecas no isotermas.
- (a) Análisis asintótico basados en la esbeltez de las fibras de chorros líquidos anulares no isotermos a Re << 1.
- Inclusión de fenómenos de orientación molecular y cristalización para fibras anulares compuestas usando parámetro de orden.



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1–D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions

- 1 Análisis de flujos axilsimétricos estacionarios de films isotermos a Re << 1.
- 2 Yeow estudió la estabilidad lineal del modelo de Pearson y Petrie.
- ③ Uso de un modelo de Cosserat unidimensional para el estudio de fibras ópticas huecas no isotermas.
- (a) Análisis asintótico basados en la esbeltez de las fibras de chorros líquidos anulares no isotermos a Re << 1.
- Inclusión de fenómenos de orientación molecular y cristalización para fibras anulares compuestas usando parámetro de orden.



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1–D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions

- 1 Análisis de flujos axilsimétricos estacionarios de films isotermos a Re << 1.
- 2 Yeow estudió la estabilidad lineal del modelo de Pearson y Petrie.
- Oso de un modelo de Cosserat unidimensional para el estudio de fibras ópticas huecas no isotermas.
- 4 Análisis asintótico basados en la esbeltez de las fibras de chorros líquidos anulares no isotermos a Re << 1.
- Inclusión de fenómenos de orientación molecular y cristalización para fibras anulares compuestas usando parámetro de orden.



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1–D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions

- 1 Análisis de flujos axilsimétricos estacionarios de films isotermos a Re << 1.
- 2 Yeow estudió la estabilidad lineal del modelo de Pearson y Petrie.
- Oso de un modelo de Cosserat unidimensional para el estudio de fibras ópticas huecas no isotermas.
- **(**) Análisis asintótico basados en la esbeltez de las fibras de chorros líquidos anulares no isotermos a Re << 1.
- Inclusión de fenómenos de orientación molecular y cristalización para fibras anulares compuestas usando parámetro de orden.



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1–D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions

- **1** Análisis de flujos axilsimétricos estacionarios de films isotermos a Re << 1.
- 2 Yeow estudió la estabilidad lineal del modelo de Pearson y Petrie.
- Oso de un modelo de Cosserat unidimensional para el estudio de fibras ópticas huecas no isotermas.
- **(**) Análisis asintótico basados en la esbeltez de las fibras de chorros líquidos anulares no isotermos a Re << 1.
- Inclusión de fenómenos de orientación molecular y cristalización para fibras anulares compuestas usando parámetro de orden.



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

Estabilidad es un aspecto crítico para cualquier proceso de fabricación.

- Trae consigo superficies con rugosidades exageradas.
- ② Si la distorsión de la superficie es muy severa ⇒ Ruptura del filamento
- S Mecanismo complejo y escasamente estudiado ⇒ ¿Dónde comienza?
- ④ Se cree asociado a deformaciones elásticas ⇒ Flujos no-Newtonianos



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

Estabilidad es un aspecto crítico para cualquier proceso de fabricación.

- Trae consigo superficies con rugosidades exageradas.
- ② Si la distorsión de la superficie es muy severa ⇒ Ruptura del filamento
- S Mecanismo complejo y escasamente estudiado ⇒ ¿Dónde comienza?
- ④ Se cree asociado a deformaciones elásticas ⇒ Flujos no-Newtonianos



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

Estabilidad es un aspecto crítico para cualquier proceso de fabricación.

- 1 Trae consigo superficies con rugosidades exageradas.
 -) Si la distorsión de la superficie es muy severa \Rightarrow **Ruptura del filamento**
- ③ Mecanismo complejo y escasamente estudiado ⇒ ¿Dónde comienza?
- ④ Se cree asociado a deformaciones elásticas ⇒ Flujos no-Newtonianos



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

Estabilidad es un aspecto crítico para cualquier proceso de fabricación.

- 1 Trae consigo superficies con rugosidades exageradas.
- **2** Si la distorsión de la superficie es muy severa \Rightarrow **Ruptura del filamento**
- 3 Mecanismo complejo y escasamente estudiado ⇒ ¿Dónde comienza?
- ④ Se cree asociado a deformaciones elásticas ⇒ Flujos no-Newtonianos



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

Estabilidad es un aspecto crítico para cualquier proceso de fabricación.

Melt fracture

- 1 Trae consigo superficies con rugosidades exageradas.
- ② Si la distorsión de la superficie es muy severa ⇒ Ruptura del filamento
- S Mecanismo complejo y escasamente estudiado ⇒ ¿Dónde comienza?

④ Se cree asociado a deformaciones elásticas ⇒ Flujos no–Newtonianos


Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

Estabilidad es un aspecto crítico para cualquier proceso de fabricación.

Melt fracture

- 1 Trae consigo superficies con rugosidades exageradas.
- ② Si la distorsión de la superficie es muy severa ⇒ Ruptura del filamento
- S Mecanismo complejo y escasamente estudiado ⇒ ¿Dónde comienza?
- ④ Se cree asociado a deformaciones elásticas ⇒ Flujos no-Newtonianos



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1-D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions

- Caracterizado por variaciones periódicas en las dimensiones de la fibra.
- 2 Puede darse en fluidos Newtonianos ⇒ Tiene origen viscoso.
- (3) Se ha observado en procesos isotermos $\Rightarrow D_r^* \sim 20,22$
- ④ Mucho más complejo para fluidos no-Newtonianos ⇒ Depende de la reología
- ⑤ Fenómeno dinámico ⇒ Depende de la temperatura, inercia, gravedad, tensión superficial...



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1-D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions

- 1 Caracterizado por variaciones periódicas en las dimensiones de la fibra.
- 2 Puede darse en fluidos Newtonianos ⇒ Tiene origen viscoso.
- (3) Se ha observado en procesos isotermos $\Rightarrow D_r^* \sim 20,22$
- ④ Mucho más complejo para fluidos no-Newtonianos ⇒ Depende de la reología
- ⑤ Fenómeno dinámico ⇒ Depende de la temperatura, inercia, gravedad, tensión superficial...



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1–D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions

- 1 Caracterizado por variaciones periódicas en las dimensiones de la fibra.
- 2 Puede darse en fluidos Newtonianos ⇒ Tiene origen viscoso.
- **(3)** Se ha observado en procesos isotermos $\Rightarrow D_r^* \sim 20,22$
- ④ Mucho más complejo para fluidos no–Newtonianos ⇒ Depende de la reología
- ⑤ Fenómeno dinámico ⇒ Depende de la temperatura, inercia, gravedad, tensión superficial...



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1-D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions

- 1 Caracterizado por variaciones periódicas en las dimensiones de la fibra.
- ❷ Puede darse en fluidos Newtonianos ⇒ Tiene origen viscoso.
- **(3)** Se ha observado en procesos isotermos $\Rightarrow D_r^* \sim 20,22$
- ④ Mucho más complejo para fluidos no–Newtonianos ⇒ Depende de la reología
- ⑤ Fenómeno dinámico ⇒ Depende de la temperatura, inercia, gravedad, tensión superficial...



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

- Caracterizado por variaciones periódicas en las dimensiones de la fibra.
- 2 Puede darse en fluidos Newtonianos ⇒ Tiene origen viscoso.
- **(3)** Se ha observado en procesos isotermos $\Rightarrow D_r^* \sim 20,22$
- Mucho más complejo para fluidos no−Newtonianos ⇒ Depende de la reología
- 5 Fenómeno dinámico ⇒ Depende de la temperatura, inercia, gravedad, tensión superficial...



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

- Caracterizado por variaciones periódicas en las dimensiones de la fibra.
- 2 Puede darse en fluidos Newtonianos ⇒ Tiene origen viscoso.
- **(3)** Se ha observado en procesos isotermos $\Rightarrow D_r^* \sim 20,22$
- ④ Mucho más complejo para fluidos no-Newtonianos ⇒ Depende de la reología
- 6 Fenómeno dinámico ⇒ Depende de la temperatura, inercia, gravedad, tensión superficial...



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

- Los polímeros que no cristalizan durante su enfriamiento por debajo de $T_g \Rightarrow$ **Amorfo**.
- Los polímeros con estructura regular u ordenada \Rightarrow **Semicristalino**.
- La tasa de cristalización depende de la orientación molecular en el fundido.
- Proceso de cristalización es lento bajo condiciones estacionarias.
- Fluctuaciones de ρ en fase líquida crean núcleos (*clusters*).



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

- Los polímeros que no cristalizan durante su enfriamiento por debajo de $T_g \Rightarrow$ **Amorfo**.
- Los polímeros con estructura regular u ordenada \Rightarrow **Semicristalino**.
- La tasa de cristalización depende de la orientación molecular en el fundido.
- Proceso de cristalización es lento bajo condiciones estacionarias.
- Fluctuaciones de ρ en fase líquida crean núcleos (*clusters*).



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

- Los polímeros que no cristalizan durante su enfriamiento por debajo de $T_g \Rightarrow$ **Amorfo**.
- Los polímeros con estructura regular u ordenada \Rightarrow **Semicristalino**.
- La tasa de cristalización depende de la orientación molecular en el fundido.
- Proceso de cristalización es lento bajo condiciones estacionarias.
- Fluctuaciones de ρ en fase líquida crean núcleos (*clusters*).



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

- Los polímeros que no cristalizan durante su enfriamiento por debajo de $T_g \Rightarrow$ **Amorfo**.
- Los polímeros con estructura regular u ordenada \Rightarrow Semicristalino.
- La tasa de cristalización depende de la orientación molecular en el fundido.
- Proceso de cristalización es lento bajo condiciones estacionarias.
- Fluctuaciones de ρ en fase líquida crean núcleos (*clusters*).



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

- Los polímeros que no cristalizan durante su enfriamiento por debajo de $T_g \Rightarrow$ **Amorfo**.
- Los polímeros con estructura regular u ordenada \Rightarrow Semicristalino.
- La tasa de cristalización depende de la orientación molecular en el fundido.
- Proceso de cristalización es lento bajo condiciones estacionarias.
- Fluctuaciones de ρ en fase líquida crean núcleos (*clusters*).



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

- Los polímeros que no cristalizan durante su enfriamiento por debajo de $T_g \Rightarrow$ **Amorfo**.
- Los polímeros con estructura regular u ordenada \Rightarrow Semicristalino.
- La tasa de cristalización depende de la orientación molecular en el fundido.
- Proceso de cristalización es lento bajo condiciones estacionarias.

10/55

• Fluctuaciones de ρ en fase líquida crean núcleos (*clusters*).



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

- Los polímeros que no cristalizan durante su enfriamiento por debajo de $T_g \Rightarrow$ **Amorfo**.
- Los polímeros con estructura regular u ordenada \Rightarrow **Semicristalino**.
- La tasa de cristalización depende de la orientación molecular en el fundido.
- Proceso de cristalización es lento bajo condiciones estacionarias.
- Fluctuaciones de ρ en fase líquida crean núcleos (*clusters*).

Nucleación

Fenómeno por el cual se crean núcleos con un tamaño mayor o igual que el *tamaño crítico*. Dos tipos: homogénea (sustancia pura) y heterogénea (presencia de impurezas).



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

- Los polímeros que no cristalizan durante su enfriamiento por debajo de $T_g \Rightarrow$ **Amorfo**.
- Los polímeros con estructura regular u ordenada ⇒ Semicristalino.
- La tasa de cristalización depende de la orientación molecular en el fundido.
- Proceso de cristalización es lento bajo condiciones estacionarias.
- Fluctuaciones de ρ en fase líquida crean núcleos (*clusters*).

Nucleación

Fenómeno por el cual se crean núcleos con un tamaño mayor o igual que el *tamaño crítico*. Dos tipos: homogénea (sustancia pura) y heterogénea (presencia de impurezas).

Crecimiento

Los núcleos con tamaños mayores que el crítico crecen mediante la adición de monómeros o actuando como sitios de nucleación heterogénea.

・ クへで 10/55



CONSIDERACIONES NUMÉRICAS DEL PROCESO A tener en cuenta...

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

- 3.Modelo 1–D
- 4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

Proceso con dos características especiales:

- Superficies libres
 - Presencia de hasta tres superficies libres (Fibras anulares compuestas).
 - 2 Deben ser resueltas junto a velocidad, presión, temperatura, orientación molecular y cristalización
- Die swell
 - Consideramos región de estirado ⇒ Fenómeno de *die swell* obviado.

イロト イポト イヨト イヨト

11/55



CONSIDERACIONES NUMÉRICAS DEL PROCESO A tener en cuenta...

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

- 3.Modelo 1–D
- 4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

Proceso con dos características especiales:

• Superficies libres

- Presencia de hasta tres superficies libres (Fibras anulares compuestas).
- 2 Deben ser resueltas junto a velocidad, presión, temperatura, orientación molecular y cristalización.
- Die swell
 - Consideramos región de estirado ⇒ Fenómeno de die swell obviado.



CONSIDERACIONES NUMÉRICAS DEL PROCESO A tener en cuenta...

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

- 3.Modelo 1–D
- 4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

Proceso con dos características especiales:

• Superficies libres

- Presencia de hasta tres superficies libres (Fibras anulares compuestas).
- 2 Deben ser resueltas junto a velocidad, presión, temperatura, orientación molecular y cristalización.
- Die swell
 - Consideramos región de estirado ⇒ Fenómeno de *die swell* obviado.

11/55



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

Desarrollo de un modelo bidimensional simplificado o híbrido (1+1/2-D) para el estudio asintótico bidimensional de la fabricación de fibras axilsimétricas, tanto macizas como anulares, compuestas de líquidos poliméricos semicristalinos. Se derivan las ecuaciones 1-D para la geometría y velocidad axial de fibras esbeltas (*Thin Filament Equations*).

 Mejora de los modelos de orientación molecular usando un tensor de orientación molecular.

- 2 Uso de la teoría de **Doi-Edwards** para la obtención de las ecuaciones que gobiernan las componentes del tensor.
- 3 Cinética de cristalización de Avrami-Kolmogorov.



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

- 3.Modelo 1–D
- 4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

Desarrollo de un modelo bidimensional simplificado o híbrido (1+1/2-D) para el estudio asintótico bidimensional de la fabricación de fibras axilsimétricas, tanto macizas como anulares, compuestas de líquidos poliméricos semicristalinos. Se derivan las ecuaciones 1–D para la geometría y velocidad axial de fibras esbeltas (*Thin Filament Equations*).

- Mejora de los modelos de orientación molecular usando un tensor de orientación molecular.
- 2 Uso de la teoría de **Doi-Edwards** para la obtención de las ecuaciones que gobiernan las componentes del tensor.
- 3 Cinética de cristalización de Avrami-Kolmogorov.



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

Desarrollo de un modelo bidimensional simplificado o híbrido (1+1/2-D) para el estudio asintótico bidimensional de la fabricación de fibras axilsimétricas, tanto macizas como anulares, compuestas de líquidos poliméricos semicristalinos. Se derivan las ecuaciones 1–D para la geometría y velocidad axial de fibras esbeltas (*Thin Filament Equations*).

- Mejora de los modelos de orientación molecular usando un tensor de orientación molecular.
- ② Uso de la teoría de Doi-Edwards para la obtención de las ecuaciones que gobiernan las componentes del tensor.
- 3 Cinética de cristalización de Avrami-Kolmogorov.



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

Desarrollo de un modelo bidimensional simplificado o híbrido (1+1/2-D) para el estudio asintótico bidimensional de la fabricación de fibras axilsimétricas, tanto macizas como anulares, compuestas de líquidos poliméricos semicristalinos. Se derivan las ecuaciones 1–D para la geometría y velocidad axial de fibras esbeltas (*Thin Filament Equations*).

- Mejora de los modelos de orientación molecular usando un tensor de orientación molecular.
- 2 Uso de la teoría de Doi-Edwards para la obtención de las ecuaciones que gobiernan las componentes del tensor.

3 Cinética de cristalización de **Avrami–Kolmogorov**.



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

Desarrollo de un modelo bidimensional simplificado o híbrido (1+1/2-D) para el estudio asintótico bidimensional de la fabricación de fibras axilsimétricas, tanto macizas como anulares, compuestas de líquidos poliméricos semicristalinos. Se derivan las ecuaciones 1–D para la geometría y velocidad axial de fibras esbeltas (*Thin Filament Equations*).

- Mejora de los modelos de orientación molecular usando un tensor de orientación molecular.
- 2 Uso de la teoría de **Doi-Edwards** para la obtención de las ecuaciones que gobiernan las componentes del tensor.
- **3** Cinética de cristalización de **Avrami–Kolmogorov**.



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducció y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-E

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

2. MODELADO MATEMÁTICO

・ロ ・ ・ 一 ・ ・ 注 ・ ・ 注 ・ う へ で
13 / 55



FORMULACIÓN 2–D Ecuaciones fluido–dinámicas para fibras amorfas l

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

- 3.Modelo 1-D
- 4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions



• Ecuación de conservación de la masa

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_i = 0$$
 $i = 1, 2$

• Condición de axilsimetría

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{e}_{\theta} = 0 \Rightarrow \mathbf{v} = v(r, x, t) \, \mathbf{e}_{r} + u(r, x, t) \, \mathbf{e}_{x}$$

• Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento

$$\rho_i \mathcal{L}(\mathbf{v}_i) = -\nabla p_i + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_i + \rho_i \cdot \mathbf{f}_i^m \qquad i = 1, 2$$

donde

$$\mathbf{f}^m = \mathbf{g} = g \, \boldsymbol{e}_x, \qquad \qquad \mathcal{L}(\alpha_i) \equiv \frac{\partial \alpha_i}{\partial t} + u_i \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} + v_i \frac{\partial \alpha_i}{\partial r}$$



Ecuaciones fluido-dinámicas para fibras amorfas l

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

- 3.Modelo 1-D
- 4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions



• Ecuación de conservación de la masa

 $\nabla\cdot {\bf v}_i=0 \qquad i=1,\,2$

• Condición de axilsimetría

$$\mathbf{v} \cdot \boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\theta}} = 0 \Rightarrow \mathbf{v} = v(r, x, t) \, \boldsymbol{e}_{\boldsymbol{r}} + u(r, x, t) \, \boldsymbol{e}_{\boldsymbol{x}}$$

• Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento

$$\rho_i \mathcal{L}(\mathbf{v}_i) = -\nabla p_i + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_i + \rho_i \cdot \mathbf{f}_i^m \qquad i = 1, 2$$

donde

$$\mathbf{f}^m = \mathbf{g} = g \, e_x, \qquad \qquad \mathcal{L}(\alpha_i) \equiv \frac{\partial \alpha_i}{\partial t} + u_i \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} + v_i \frac{\partial \alpha_i}{\partial r}$$



Ecuaciones fluido-dinámicas para fibras amorfas I

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

- 3.Modelo 1-D
- 4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions



• Ecuación de conservación de la masa

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_i = 0$$
 $i = 1, 2$

• Condición de axilsimetría

$$\mathbf{v} \cdot \boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\theta}} = 0 \Rightarrow \mathbf{v} = v(r, x, t) \, \boldsymbol{e}_{\boldsymbol{r}} + u(r, x, t) \, \boldsymbol{e}_{\boldsymbol{x}}$$

• Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento

$$\rho_i \mathcal{L}(\mathbf{v}_i) = -\nabla p_i + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_i + \rho_i \cdot \mathbf{f}_i^m \qquad i = 1, 2$$

donde

$$\mathbf{f}^m = \mathbf{g} = g \, e_x, \qquad \qquad \mathcal{L}(\alpha_i) \equiv \frac{\partial \alpha_i}{\partial t} + u_i \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} + v_i \frac{\partial \alpha_i}{\partial r}$$



Ecuaciones fluido-dinámicas para fibras amorfas l

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

- 3.Modelo 1-D
- 4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions



• Ecuación de conservación de la masa

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_i = 0$$
 $i = 1, 2$

Condición de axilsimetría

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{e}_{\theta} = 0 \Rightarrow \mathbf{v} = v(r, x, t) \, \mathbf{e}_{r} + u(r, x, t) \, \mathbf{e}_{x}$$

• Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento

$$\rho_i \mathcal{L}(\mathbf{v}_i) = -\nabla p_i + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_i + \rho_i \cdot \mathbf{f}_i^m \qquad i = 1, 2$$

donde

$$\mathbf{f}^m = \mathbf{g} = g \, \boldsymbol{e_x}, \qquad \qquad \mathcal{L}(\alpha_i) \equiv \frac{\partial \alpha_i}{\partial t} + u_i \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} + v_i \frac{\partial \alpha_i}{\partial r}$$



Ecuaciones fluido-dinámicas para fibras amorfas l

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

- 3.Modelo 1–D
- 4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions



• Ecuación de conservación de la masa

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_i = 0$$
 $i = 1, 2$

Condición de axilsimetría

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{e}_{\theta} = 0 \Rightarrow \mathbf{v} = v(r, x, t) \, \mathbf{e}_{r} + u(r, x, t) \, \mathbf{e}_{x}$$

• Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento

$$\rho_i \mathcal{L}(\mathbf{v}_i) = -\nabla p_i + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_i + \rho_i \cdot \mathbf{f}_i^m \qquad i = 1, 2$$

donde

$$\mathcal{L}^{m} = \mathbf{g} = g \, \boldsymbol{e}_{\boldsymbol{x}}, \qquad \qquad \mathcal{L}(\alpha_{i}) \equiv \frac{\partial \alpha_{i}}{\partial t} + u_{i} \frac{\partial \alpha_{i}}{\partial x} + v_{i} \frac{\partial \alpha_{i}}{\partial r}$$

<□▶ <□▶ <□▶ <三▶ <三▶ <三▶ 三 のQ(~ 14/55



FORMULACIÓN 2–D Ecuaciones fluido–dinámicas para fibras amorfas II

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducció y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Esfuerzo inducido por la orientación

$$\boldsymbol{ au} = \boldsymbol{ au}_N + \boldsymbol{ au}_P$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_N &= 2\mu \, \boldsymbol{D} = \mu \left(\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T \right) \\ \boldsymbol{\tau}_P &= 3c \, k_B \, T \left[-\frac{\lambda(T)}{\phi} \, F(\boldsymbol{S}) + 2\lambda(T) \left(\nabla \mathbf{v}^T : \boldsymbol{S} \right) \left(\boldsymbol{S} + \frac{\boldsymbol{I}}{3} \right) \right] \end{aligned}$$

donde

 $\mu(T) = D \exp \left(H \left(T_0 - T \right) \right), \qquad \lambda(T) = \lambda_0 \exp \left(\omega \left(T_0 - T \right) \right)$

• Ecuación de conservación de la energía

 $\rho_i C_i \mathcal{L}(T_i) = -\nabla \cdot \mathbf{q}_i + \boldsymbol{\tau}_i : \nabla \mathbf{v}_i \qquad i = 1, 2$

donde $\mathbf{q} = -k \nabla T$

< □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □



FORMULACIÓN 2–D Ecuaciones fluido–dinámicas para fibras amorfas II

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducció y objetivos

2.Modelado matemático

```
3.Modelo 1-D
```

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Esfuerzo inducido por la orientación

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_N + \boldsymbol{\tau}_P$$

$$\boldsymbol{\tau}_{N} = 2\mu \boldsymbol{D} = \mu \left(\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^{T} \right)$$
$$\boldsymbol{\tau}_{P} = 3c \, k_{B} \, T \left[-\frac{\lambda(T)}{\phi} \, F(\boldsymbol{S}) + 2\lambda(T) \left(\nabla \mathbf{v}^{T} : \boldsymbol{S} \right) \left(\boldsymbol{S} + \frac{\boldsymbol{I}}{3} \right) \right]$$

donde

 $\mu(T) = D \exp \left(H \left(T_0 - T \right) \right), \qquad \qquad \lambda(T) = \lambda_0 \exp \left(\omega \left(T_0 - T \right) \right)$

• Ecuación de conservación de la energía

$$\rho_i C_i \mathcal{L}(T_i) = -\nabla \cdot \mathbf{q}_i + \boldsymbol{\tau}_i : \nabla \mathbf{v}_i \qquad i = 1, 2$$

donde $\mathbf{q} = -k \nabla T$

(ロ)、(部)、(注)、(注)、(注)、(注)、(注)、(15)、(55)



FORMULACIÓN 2–D Ecuaciones fluido–dinámicas para fibras amorfas II

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducció y objetivos

2.Modelado matemático

```
3.Modelo 1-D
```

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Esfuerzo inducido por la orientación

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_N + \boldsymbol{\tau}_P$$

$$\boldsymbol{\tau}_{N} = 2\mu \boldsymbol{D} = \mu \left(\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^{T} \right)$$
$$\boldsymbol{\tau}_{P} = 3c \, k_{B} \, T \left[-\frac{\lambda(T)}{\phi} \, F(\boldsymbol{S}) + 2\lambda(T) \left(\nabla \mathbf{v}^{T} : \boldsymbol{S} \right) \left(\boldsymbol{S} + \frac{\boldsymbol{I}}{3} \right) \right]$$

donde

 $\mu(T) = D \exp \left(H \left(T_0 - T \right) \right), \qquad \lambda(T) = \lambda_0 \exp \left(\omega \left(T_0 - T \right) \right)$

• Ecuación de conservación de la energía

 $\rho_i C_i \mathcal{L}(T_i) = -\nabla \cdot \mathbf{q}_i + \boldsymbol{\tau}_i : \nabla \mathbf{v}_i \qquad i = 1, 2$

donde $\mathbf{q} = -k \nabla T$



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducció y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Ecuación de Doi-Edwards

 $\stackrel{\nabla}{\mathbf{S}} = F(\mathbf{S}) + G(\nabla \mathbf{v}, \mathbf{S})$

donde

 $\stackrel{
abla}{\mathbf{S}} \equiv \mathcal{L}(S) - \left(
abla \mathbf{v}^T \cdot S + S \cdot
abla \mathbf{v}
ight)$



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducció y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Ecuación de Doi-Edwards

 $\stackrel{\nabla}{\mathbf{S}} = F(\mathbf{S}) + G(\nabla \mathbf{v}, \mathbf{S})$

donde

$$\stackrel{
abla}{\mathbf{S}} \equiv \mathcal{L}(\mathbf{S}) - \left(
abla \mathbf{v}^T \cdot \mathbf{S} + \mathbf{S} \cdot
abla \mathbf{v}
ight)$$

$$F(\mathbf{S}) = -\frac{\phi}{\lambda(T)} \left\{ \left(1 - \frac{N}{3} \right) \mathbf{S} - N\left(\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}\right) + N\left(\mathbf{S} : \mathbf{S}\right) \left(\mathbf{S} + \frac{\mathbf{I}}{3}\right) \right\}$$

y

$$G\left(\nabla \mathbf{v}, \mathbf{S}\right) = \frac{2}{3}\mathbf{D} - 2\left(\nabla \mathbf{v}^{T}: \mathbf{S}\right)\left(\mathbf{S} + \frac{\mathbf{I}}{3}\right)$$

・ロ ・ ・ 一部 ・ ・ 注 ト ・ 注 ・ う へ (*)
16 / 55



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducció y objetivos

2.Modelado matemático

- 3.Modelo 1-D
- 4.Modelo 2-D
- 5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Ecuación de Doi-Edwards

$$\stackrel{\nabla}{\mathbf{S}} = F(\mathbf{S}) + G(\nabla \mathbf{v}, \mathbf{S})$$

donde

$$\stackrel{
abla}{\mathbf{S}} \equiv \mathcal{L}(\mathbf{S}) - \left(
abla \mathbf{v}^T \cdot \mathbf{S} + \mathbf{S} \cdot
abla \mathbf{v}
ight)$$

$$F(S) = -\frac{\phi}{\lambda(T)} \left\{ \left(1 - \frac{N}{3} \right) S - N(S \cdot S) + N(S : S) \left(S + \frac{I}{3} \right) \right\}$$

y

$$G\left(\nabla \mathbf{v}, \mathbf{S}\right) = \frac{2}{3}\mathbf{D} - 2\left(\nabla \mathbf{v}^{T} : \mathbf{S}\right)\left(\mathbf{S} + \frac{\mathbf{I}}{3}\right)$$



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducció y objetivos

2.Modelado matemático

- 3.Modelo 1-D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Ecuación de Doi-Edwards

$$\stackrel{\nabla}{\mathbf{S}} = F(\mathbf{S}) + G(\nabla \mathbf{v}, \mathbf{S})$$

donde

$$\stackrel{
abla}{\mathbf{S}} \equiv \mathcal{L}(\mathbf{S}) - \left(
abla \mathbf{v}^T \cdot \mathbf{S} + \mathbf{S} \cdot
abla \mathbf{v}
ight)$$

$$F(\mathbf{S}) = -\frac{\phi}{\lambda(T)} \left\{ \left(1 - \frac{N}{3}\right)\mathbf{S} - N\left(\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}\right) + N\left(\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}\right) \left(\mathbf{S} + \frac{\mathbf{I}}{3}\right) \right\}$$

y

$$G\left(\nabla \mathbf{v}, \mathbf{S}\right) = \frac{2}{3}\mathbf{D} - 2\left(\nabla \mathbf{v}^{T} : \mathbf{S}\right)\left(\mathbf{S} + \frac{\mathbf{I}}{3}\right)$$

・ロ ・ ・ 一 ・ ・ 注 ト ・ 注 ・ う へ ()
16 / 55


Tesis Doctoral

- Francisco José Blanco Rodríguez
- 1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

- 3.Modelo 1-D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions



• Condiciones en r = R(x), $r = R_1(x)$ y $r = R_2(x)$

3

- Condiciones de simetría en r = 0
- Condiciones en x = 0
- Condiciones en x = L



Tesis Doctoral

- Francisco José Blanco Rodríguez
- 1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

- 3.Modelo 1-D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions





э

- Condiciones en r = R(x), $r = R_1(x)$ y $r = R_2(x)$
- Condiciones de simetría en r = 0
- Condiciones en x = 0
- Condiciones en x = L



Tesis Doctoral

- Francisco José Blanco Rodríguez
- 1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

- 3.Modelo 1-D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions



- Condiciones en r = R(x), $r = R_1(x)$ y $r = R_2(x)$
- Condiciones de simetría en r=0
- Condiciones en x = 0
- Condiciones en x = L

ø.



Tesis Doctoral

- Francisco José Blanco Rodríguez
- 1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

- 3.Modelo 1-D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions



- Condiciones en r = R(x), $r = R_1(x)$ y $r = R_2(x)$
- Condiciones de simetría en r = 0
- Condiciones en x = 0
- Condiciones en x = L

R.

ø.



Adimensionalización

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducció y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Variables adimensionales

$$\begin{aligned} \hat{r} &= \frac{r}{R_0} \qquad \hat{x} = \frac{x}{L} \quad \Rightarrow \quad \epsilon = \frac{R_0}{L} << 1 \qquad \hat{t} = \frac{t}{(L/u_0)} \\ \hat{u} &= \frac{u}{u_0} \qquad \hat{v} = \frac{v}{(u_0 \epsilon)} \qquad \hat{p} = \frac{p}{(\mu_0 u_0/L)} \qquad \hat{T} = \frac{T}{T_0} \\ \hat{\rho} &= \frac{\rho}{\rho_0} \qquad \hat{C} = \frac{C}{C_0} \qquad \hat{\mu} = \frac{\mu}{\mu_0} \qquad \hat{k} = \frac{k}{k_0} \end{aligned}$$

• Parámetros adimensionales

$$\begin{aligned} Re &= \frac{\rho_0 u_0 R_0}{\mu_0}, \quad Fr = \frac{u_0^2}{g R_0}, \quad Ca = \frac{\mu_0 u_0}{\sigma_2}, \quad Pr = \frac{\mu_0 C_0}{k_0}, \\ Pe &= Re \, Pr, \quad Br = \frac{\mu_0 u_0^2}{k_0 T_0}, \quad Bi = \frac{h R_0}{k_0} \end{aligned}$$



Adimensionalización

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Variables adimensionales

$$\begin{aligned} \hat{r} &= \frac{r}{R_0} \qquad \hat{x} = \frac{x}{L} \quad \Rightarrow \quad \epsilon = \frac{R_0}{L} << 1 \qquad \hat{t} = \frac{t}{(L/u_0)} \\ \hat{u} &= \frac{u}{u_0} \qquad \hat{v} = \frac{v}{(u_0 \epsilon)} \qquad \hat{p} = \frac{p}{(\mu_0 u_0/L)} \qquad \hat{T} = \frac{T}{T_0} \\ \hat{\rho} &= \frac{\rho}{\rho_0} \qquad \hat{C} = \frac{C}{C_0} \qquad \hat{\mu} = \frac{\mu}{\mu_0} \qquad \hat{k} = \frac{k}{k_0} \end{aligned}$$

• Parámetros adimensionales

$$\begin{aligned} Re &= \frac{\rho_0 u_0 R_0}{\mu_0}, \quad Fr = \frac{u_0^2}{g R_0}, \quad Ca = \frac{\mu_0 u_0}{\sigma_2}, \quad Pr = \frac{\mu_0 C_0}{k_0}, \\ Pe &= Re \, Pr, \quad Br = \frac{\mu_0 u_0^2}{k_0 T_0}, \quad Bi = \frac{h R_0}{k_0} \end{aligned}$$



Modelo de orientación molecular

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducció y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Tensor de orientación, S, diagonal y con traza nula

$$\mathbf{S} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -s_r & 0 & 0\\ 0 & s_r - s_x & 0\\ 0 & 0 & s_x \end{pmatrix}$$

• Ecuaciones para las componentes del tensor de orientación

$$\frac{\partial s_{i\,r}}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{v}}_i \cdot \hat{\nabla} s_{i\,r} = \left(s_{i\,r} - 1\right) \left(2\frac{\partial \hat{v}_i}{\partial \hat{r}} - 2\Pi_i^*\right) - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i} \left\{s_{i\,r} - \frac{N_i}{3} \left[\left(1 - s_{i\,r}\right) \left(s_{i\,r} + 3\,\Pi_{i,s}\right)\right]\right\}$$

$$\frac{\partial s_{ix}}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{v}}_i \cdot \hat{\nabla} s_{ix} = \left(s_{ix} + 1\right) \left(2 \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial \hat{x}} - 2\Pi_i^* \right) - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i} \left\{ s_{ix} - \frac{N_i}{3} \left[\left(s_{ix} + 1\right) \left(s_{ix} - 3 \Pi_{i,s}\right) \right] \right\}$$

donde

$$\begin{split} \Pi_{i,s} &= (\mathbf{S}:\mathbf{S}) = \frac{2}{9} \begin{pmatrix} s_{i\,r}^2 + s_{i\,x}^2 - s_{i\,r}s_{i\,s} \end{pmatrix} \implies \qquad \mathcal{S}_i = \sqrt{\frac{3}{2}} \Pi_{i,s} \qquad i = 1, \ 2 \\ \Pi_i^* &= \left(\hat{\nabla}\hat{\nabla}^T:\mathbf{S}\right) = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} s_{i\,r} \left(\frac{\hat{u}_i}{\hat{r}} - \frac{\partial\hat{u}_i}{\partial\hat{r}}\right) - s_{i\,x} \left(\frac{\hat{u}_i}{\hat{r}} - \frac{\partial\hat{u}_i}{\partial\hat{x}}\right) \end{bmatrix} \qquad i = 1, \ 2 \end{split}$$



Modelo de orientación molecular

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Tensor de orientación, S, diagonal y con traza nula

$$\mathbf{S} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -s_r & 0 & 0\\ 0 & s_r - s_x & 0\\ 0 & 0 & s_x \end{pmatrix}$$

• Ecuaciones para las componentes del tensor de orientación

$$\frac{\partial s_{i\,r}}{\partial \hat{t}} + \hat{v}_i \cdot \hat{\nabla} s_{i\,r} = (s_{i\,r} - 1) \left(2 \frac{\partial \hat{v}_i}{\partial \hat{r}} - 2\Pi_i^* \right) - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i} \left\{ s_{i\,r} - \frac{N_i}{3} \left[(1 - s_{i\,r}) \left(s_{i\,r} + 3 \Pi_{i,s} \right) \right] \right\}$$

$$\frac{\partial s_{ix}}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{v}}_i \cdot \hat{\nabla} s_{ix} = (s_{ix} + 1) \left(2 \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial \hat{x}} - 2\Pi_i^* \right) - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i} \left\{ s_{ix} - \frac{N_i}{3} \left[(s_{ix} + 1) \left(s_{ix} - 3 \Pi_{i,s} \right) \right] \right\}$$

donde

$$\Pi_{i,s} = (\mathbf{S}:\mathbf{S}) = \frac{2}{9} \left(s_{i\,r}^2 + s_{i\,x}^2 - s_{i\,r}s_{i\,x} \right) \quad \Rightarrow \quad \mathcal{S}_i = \sqrt{\frac{3}{2}} \Pi_{i,s} \qquad i = 1, 2$$
$$\Pi_i^* = \left(\hat{\nabla} \hat{\mathbf{v}}^T : \mathbf{S} \right) = \frac{1}{3} \left[s_{i\,r} \left(\frac{\hat{v}_i}{\hat{r}} - \frac{\partial \hat{v}_i}{\partial \hat{r}} \right) - s_{i\,x} \left(\frac{\hat{v}_i}{\hat{r}} - \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial \hat{x}} \right) \right] \qquad i = 1, 2$$



Modelo de orientación molecular

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Tensor de orientación, S, diagonal y con traza nula

$$\mathbf{S} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -s_r & 0 & 0\\ 0 & s_r - s_x & 0\\ 0 & 0 & s_x \end{pmatrix}$$

• Ecuaciones para las componentes del tensor de orientación

$$\frac{\partial s_{i\,r}}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{v}}_i \cdot \hat{\nabla} s_{i\,r} = (s_{i\,r} - 1) \left(2 \frac{\partial \hat{v}_i}{\partial \hat{r}} - 2\Pi_i^* \right) - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i} \left\{ s_{i\,r} - \frac{N_i}{3} \left[(1 - s_{i\,r}) \left(s_{i\,r} + 3 \Pi_{i,s} \right) \right] \right\}$$

$$\frac{\partial s_{ix}}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{v}}_i \cdot \hat{\nabla} s_{ix} = (s_{ix} + 1) \left(2 \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial \hat{x}} - 2\Pi_i^* \right) - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i} \left\{ s_{ix} - \frac{N_i}{3} \left[(s_{ix} + 1) \left(s_{ix} - 3 \Pi_{i,s} \right) \right] \right\}$$

donde

$$\begin{aligned} \Pi_{i,s} &= (\mathbf{S}:\mathbf{S}) = \frac{2}{9} \left(s_{i\,r}^2 + s_{i\,x}^2 - s_{i\,r} s_{i\,x} \right) \implies \qquad \mathcal{S}_i = \sqrt{\frac{3}{2}} \Pi_{i,s} \qquad i = 1, 2 \\ \Pi_i^* &= \left(\hat{\nabla} \hat{\mathbf{v}}^T : \mathbf{S} \right) = \frac{1}{3} \left[s_{i\,r} \left(\frac{\hat{v}_i}{\hat{r}} - \frac{\partial \hat{v}_i}{\partial \hat{r}} \right) - s_{i\,x} \left(\frac{\hat{v}_i}{\hat{r}} - \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial \hat{x}} \right) \right] \qquad i = 1, 2 \end{aligned}$$



Modelo de cristalización

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

Hipótesis

Fluidos semicristalinos se comportan como monofásicos

• Cinética de cristalización de Avrami-Kolmogorov

$$\frac{\partial \mathcal{Y}_i}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{v}}_i \cdot \hat{\nabla} \mathcal{Y}_i = k_{Ai}(\mathcal{S}_i) \left(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_i \right) \qquad i = 1, 2$$

donde

$$k_{Ai}(\mathcal{S}_i) = k_{Ai}(0) \exp\left(a_{2i}\mathcal{S}_i^2\right) \qquad i = 1, 2$$

• Viscosidad dinámica efectiva

$$\hat{\mu}_{e,i}(\hat{T}_i, \mathcal{Y}_i) = \hat{\mu}_i(\hat{T}_i) \cdot \exp\left(\beta_i \left(\frac{\mathcal{Y}_i}{\mathcal{Y}_{\infty,i}}\right)^{n_i}\right) \qquad i = 1, 2$$



Modelo de cristalización

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

Hipótesis

Fluidos semicristalinos se comportan como monofásicos

• Cinética de cristalización de Avrami-Kolmogorov

$$\frac{\partial \mathcal{Y}_i}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{v}}_i \cdot \hat{\nabla} \mathcal{Y}_i = k_{Ai}(\mathcal{S}_i) \left(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_i \right) \qquad i = 1, 2$$

donde

$$k_{Ai}(\mathcal{S}_i) = k_{Ai}(0) \exp\left(a_{2i}\mathcal{S}_i^2\right) \qquad i = 1, 2$$

Viscosidad dinámica efectiva

$$\hat{\mu}_{e,i}(\hat{T}_i, \mathcal{Y}_i) = \hat{\mu}_i(\hat{T}_i) \cdot \exp\left(\beta_i \left(\frac{\mathcal{Y}_i}{\mathcal{Y}_{\infty,i}}\right)^{n_i}\right) \qquad i = 1, 2$$



Modelo de cristalización

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducciór y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

Hipótesis

Fluidos semicristalinos se comportan como monofásicos

• Cinética de cristalización de Avrami-Kolmogorov

$$\frac{\partial \mathcal{Y}_i}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{v}}_i \cdot \hat{\nabla} \mathcal{Y}_i = k_{Ai}(\mathcal{S}_i) \left(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_i \right) \qquad i = 1, 2$$

donde

$$k_{Ai}(\mathcal{S}_i) = k_{Ai}(0) \exp\left(a_{2i}\mathcal{S}_i^2\right) \qquad i = 1, 2$$

• Viscosidad dinámica efectiva

$$\hat{\mu}_{e,i}(\hat{T}_i, \mathcal{Y}_i) = \hat{\mu}_i(\hat{T}_i) \cdot \exp\left(\beta_i \left(\frac{\mathcal{Y}_i}{\mathcal{Y}_{\infty,i}}\right)^{n_i}\right) \qquad i = 1, 2$$

(ロ) (部) (目) (目) (1000) (20/55)



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

3. MODELO UNIDIMENSIONAL

・ロ ・ ・ 一 ・ ・ 注 ・ ・ 注 ・ う へ C
21 / 55



Análisis asintótico

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducciór y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Régimen de flujo analizado

$$Re = \epsilon \bar{R}, \qquad Fr = \frac{\bar{F}}{\epsilon}, \qquad Ca = \frac{\bar{C}}{\epsilon},$$
$$Pe = \epsilon \bar{P}, \qquad Br = \epsilon^2 \bar{B}r, \qquad Bi = \epsilon^2 \bar{B}$$

• Método perturbativo usando como parámetro la esbeltez, $\epsilon,$ de la fibra

$$\Psi_i = \Psi_{i,0} + \epsilon^2 \Psi_{i,2} + O(\epsilon^4) ,$$

para las variables \hat{R}_i , \hat{u}_i , \hat{v}_i , \hat{p}_i y \hat{T}_i donde i = 1, 2.

• Expresiones para el orden más bajo

 $\hat{R}_{i,0} \equiv \mathcal{R}_i(\hat{x}, \hat{t}), \quad \hat{u}_{i,0} \equiv \mathcal{B}_i = \mathcal{B}(\hat{x}, \hat{t}), \quad \hat{v}_{i,0} \equiv \mathcal{V}_i = \mathcal{V}(\hat{r}, \hat{x}, \hat{t})$ $\hat{T}_{i,0} \equiv \mathcal{F}_i = \mathcal{F}(\hat{x}, \hat{t}) \quad i = 1, 2$



Análisis asintótico

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

Régimen de flujo analizado

$$Re = \epsilon \bar{R}, \qquad Fr = \frac{\bar{F}}{\epsilon}, \qquad Ca = \frac{\bar{C}}{\epsilon},$$
$$Pe = \epsilon \bar{P}, \qquad Br = \epsilon^2 \bar{B}r, \qquad Bi = \epsilon^2 \bar{B}$$

• Método perturbativo usando como parámetro la esbeltez, ϵ , de la fibra

$$\Psi_i = \Psi_{i,0} + \epsilon^2 \Psi_{i,2} + O(\epsilon^4) \,,$$

para las variables \hat{R}_i , \hat{u}_i , \hat{v}_i , \hat{p}_i y \hat{T}_i donde i = 1, 2.

• Expresiones para el orden más bajo

 $\hat{R}_{i,0} \equiv \mathcal{R}_i(\hat{x}, \hat{t}), \quad \hat{u}_{i,0} \equiv \mathcal{B}_i = \mathcal{B}(\hat{x}, \hat{t}), \quad \hat{v}_{i,0} \equiv \mathcal{V}_i = \mathcal{V}(\hat{r}, \hat{x}, \hat{t}),$ $\hat{T}_{i,0} \equiv \mathcal{F}_i = \mathcal{F}(\hat{x}, \hat{t}) \quad i = 1, 2$



Análisis asintótico

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Régimen de flujo analizado

$$Re = \epsilon \bar{R}, \qquad Fr = \frac{\bar{F}}{\epsilon}, \qquad Ca = \frac{\bar{C}}{\epsilon},$$
$$Pe = \epsilon \bar{P}, \qquad Br = \epsilon^2 \bar{B}r, \qquad Bi = \epsilon^2 \bar{B}$$

• Método perturbativo usando como parámetro la esbeltez, ϵ , de la fibra

 $\Psi_i = \Psi_{i,0} + \epsilon^2 \Psi_{i,2} + O(\epsilon^4) ,$

para las variables \hat{R}_i , \hat{u}_i , \hat{v}_i , \hat{p}_i y \hat{T}_i donde i=1,2.

• Expresiones para el orden más bajo

$$\begin{split} \hat{R}_{i,0} &\equiv \mathcal{R}_i(\hat{x}, \hat{t}), \quad \hat{u}_{i,0} \equiv \mathcal{B}_i = \mathcal{B}(\hat{x}, \hat{t}), \quad \hat{v}_{i,0} \equiv \mathcal{V}_i = \mathcal{V}(\hat{r}, \hat{x}, \hat{t}) \\ \hat{T}_{i,0} &\equiv \mathcal{F}_i = \mathcal{F}(\hat{x}, \hat{t}) \quad i = 1, 2 \end{split}$$



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Ecuación de conservación de la masa

$$\frac{\partial \mathcal{A}_i}{\partial \hat{t}} + \frac{\partial}{\partial \hat{x}} \left(\mathcal{A}_i \mathcal{B} \right) = 0 \qquad i = 1, 2$$

$$\mathcal{A}_1=rac{\mathcal{R}_1^2}{2}, \qquad \mathcal{A}_2=rac{\mathcal{R}_2^2-\mathcal{R}_1^2}{2}$$

• Condición de incompresibilidad

$$\mathcal{V}\left(\hat{r},\hat{x},\hat{t}
ight) = -rac{\hat{r}}{2}rac{\partial\mathcal{B}}{\partial\hat{x}}$$



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Ecuación de conservación de la masa

$$\frac{\partial \mathcal{A}_i}{\partial \hat{t}} + \frac{\partial}{\partial \hat{x}} \left(\mathcal{A}_i \mathcal{B} \right) = 0 \qquad i = 1, 2$$

$$\mathcal{A}_1=rac{\mathcal{R}_1^2}{2}, \qquad \mathcal{A}_2=rac{\mathcal{R}_2^2-\mathcal{R}_1^2}{2}$$

э

23 / 55

• Condición de incompresibilidad

$$\mathcal{V}\left(\hat{r}, \hat{x}, \hat{t}\right) = -\frac{\hat{r}}{2} \frac{\partial \mathcal{B}}{\partial \hat{x}}$$



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducciór y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Ecuación de conservación de cantidad de movimiento

$$\bar{R}\left(\hat{\rho}_{1}\mathcal{A}_{1}+\hat{\rho}_{2}\mathcal{A}_{2}\right)\frac{D\mathcal{B}}{D\hat{t}}=\left(\hat{\rho}_{1}\mathcal{A}_{1}+\hat{\rho}_{2}\mathcal{A}_{2}\right)\frac{\bar{R}}{\bar{F}}+\frac{1}{2\bar{C}}\left(\frac{\partial\mathcal{R}_{2}}{\partial\hat{x}}+\frac{\sigma_{1}}{\sigma_{2}}\frac{\partial\mathcal{R}_{1}}{\partial\hat{x}}\right)$$
$$+\frac{\partial}{\partial\hat{x}}\left\{3\left(\hat{\mu}_{1,0}\mathcal{A}_{1}+\hat{\mu}_{2,0}\mathcal{A}_{2}\right)\frac{\partial\mathcal{B}}{\partial\hat{x}}\right\}$$
$$-\hat{\mathcal{T}}_{2}\mathcal{R}_{2}-\frac{\partial\hat{p}_{e}}{\partial\hat{x}}\left(\mathcal{A}_{1}+\mathcal{A}_{2}\right)$$

donde

$$\hat{\mu}_{i,0} = \hat{\mu}_{i,0} \left(\mathcal{F} \right) = \hat{D}_i \exp \left(\hat{H}_i \left(1 - \mathcal{F} \right) \right) \qquad i = 1, 2$$

• Ecuación de conservación de energía

$$\bar{P}\left(\hat{\rho}_{1}\hat{C}_{1}\mathcal{A}_{1}+\hat{\rho}_{2}\hat{C}_{2}\mathcal{A}_{2}\right)\frac{D\mathcal{F}}{D\hat{t}}=\frac{\partial}{\partial\hat{x}}\left(\left(\mathcal{A}_{1}\hat{k}_{1}+\mathcal{A}_{2}\hat{k}_{2}\right)\frac{\partial\mathcal{F}}{\partial\hat{x}}\right)$$
$$-\bar{B}\hat{h}_{2}\mathcal{R}_{2}\left(\mathcal{F}-\mathcal{F}_{\infty,2}\right)$$



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducciór y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Ecuación de conservación de cantidad de movimiento

$$\bar{R}\left(\hat{\rho}_{1}\mathcal{A}_{1}+\hat{\rho}_{2}\mathcal{A}_{2}\right)\frac{D\mathcal{B}}{D\hat{t}}=\left(\hat{\rho}_{1}\mathcal{A}_{1}+\hat{\rho}_{2}\mathcal{A}_{2}\right)\frac{\bar{R}}{\bar{F}}+\frac{1}{2\bar{C}}\left(\frac{\partial\mathcal{R}_{2}}{\partial\hat{x}}+\frac{\sigma_{1}}{\sigma_{2}}\frac{\partial\mathcal{R}_{1}}{\partial\hat{x}}\right)$$
$$+\frac{\partial}{\partial\hat{x}}\left\{3\left(\hat{\mu}_{1,0}\mathcal{A}_{1}+\hat{\mu}_{2,0}\mathcal{A}_{2}\right)\frac{\partial\mathcal{B}}{\partial\hat{x}}\right\}$$
$$-\hat{T}_{2}\mathcal{R}_{2}-\frac{\partial\hat{p}_{e}}{\partial\hat{x}}\left(\mathcal{A}_{1}+\mathcal{A}_{2}\right)$$

donde

$$\hat{\mu}_{i,0} = \hat{\mu}_{i,0} \left(\mathcal{F} \right) = \hat{D}_i \exp \left(\hat{H}_i \left(1 - \mathcal{F} \right) \right) \qquad i = 1, 2$$

• Ecuación de conservación de energía

$$\bar{P}\left(\hat{\rho}_{1}\hat{C}_{1}\mathcal{A}_{1}+\hat{\rho}_{2}\hat{C}_{2}\mathcal{A}_{2}\right)\frac{D\mathcal{F}}{D\hat{t}}=\frac{\partial}{\partial\hat{x}}\left(\left(\mathcal{A}_{1}\hat{k}_{1}+\mathcal{A}_{2}\hat{k}_{2}\right)\frac{\partial\mathcal{F}}{\partial\hat{x}}\right)$$
$$-\bar{B}\,\hat{h}_{2}\,\mathcal{R}_{2}\left(\mathcal{F}-\mathcal{F}_{\infty,2}\right)$$



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducció y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Ecuación de conservación de la masa

$$\frac{\partial \mathcal{A}_i}{\partial \hat{t}} + \frac{\partial}{\partial \hat{x}} \left(\mathcal{A}_i \mathcal{B} \right) = 0 \qquad i = 1, 2$$

$$\mathcal{A}_1 = \frac{\mathcal{R}_1^2 - \mathcal{R}_0^2}{2}, \qquad \mathcal{A}_2 = \frac{\mathcal{R}_2^2 - \mathcal{R}_1^2}{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial \hat{t}} \left(\frac{\mathcal{R}_1^2}{2}\right) + \frac{\partial}{\partial \hat{x}} \left(\frac{\mathcal{R}_1^2}{2} \mathcal{B}\right) = \mathcal{C}\left(\hat{x}, \hat{t}\right)$$

donde

y

$$\mathcal{C}(\hat{x},\hat{t}) = -\frac{1}{2} \frac{(\hat{p}_e - \hat{p}_i) + \frac{1}{C} \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_2} \right) \frac{1}{\mathcal{R}_0} + \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right) \frac{1}{\mathcal{R}_1} + \frac{1}{\mathcal{R}_2} \right]}{\hat{\mu}_{1,0} \left(\frac{1}{\mathcal{R}_0^2} - \frac{1}{\mathcal{R}_1^2} \right) + \hat{\mu}_{2,0} \left(\frac{1}{\mathcal{R}_1^2} - \frac{1}{\mathcal{R}_2^2} \right)}$$

イロン イロン イヨン イヨン

э

25 / 55

• Condición de incompresibilidad

$$\mathcal{V}(\hat{r}, \hat{x}, \hat{t}) = \frac{\mathcal{C}\left(\hat{x}, \hat{t}\right)}{\hat{r}} - \frac{\hat{r}}{2} \frac{\partial \mathcal{B}}{\partial \hat{x}}$$



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducció y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Ecuación de conservación de la masa

$$\frac{\partial \mathcal{A}_i}{\partial \hat{t}} + \frac{\partial}{\partial \hat{x}} \left(\mathcal{A}_i \mathcal{B} \right) = 0 \qquad i = 1, 2$$

$$\mathcal{A}_1 = \frac{\mathcal{R}_1^2 - \mathcal{R}_0^2}{2}, \qquad \mathcal{A}_2 = \frac{\mathcal{R}_2^2 - \mathcal{R}_1^2}{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial \hat{t}} \left(\frac{\mathcal{R}_1^2}{2}\right) + \frac{\partial}{\partial \hat{x}} \left(\frac{\mathcal{R}_1^2}{2} \mathcal{B}\right) = \mathcal{C}\left(\hat{x}, \hat{t}\right)$$

donde

y

$$\mathcal{C}(\hat{x},\hat{t}) = -\frac{1}{2} \frac{(\hat{p}_e - \hat{p}_i) + \frac{1}{C} \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_2} \right) \frac{1}{\mathcal{R}_0} + \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right) \frac{1}{\mathcal{R}_1} + \frac{1}{\mathcal{R}_2} \right]}{\hat{\mu}_{1,0} \left(\frac{1}{\mathcal{R}_0^2} - \frac{1}{\mathcal{R}_1^2} \right) + \hat{\mu}_{2,0} \left(\frac{1}{\mathcal{R}_1^2} - \frac{1}{\mathcal{R}_2^2} \right)}$$

• Condición de incompresibilidad

$$\mathcal{V}(\hat{r}, \hat{x}, \hat{t}) = \frac{\mathcal{C}\left(\hat{x}, \hat{t}\right)}{\hat{r}} - \frac{\hat{r}}{2} \frac{\partial \mathcal{B}}{\partial \hat{x}}$$

25 / 55

э

・ロト ・回ト ・ヨト ・ヨト



Tesis Doctoral

- Francisco José Blanco Rodríguez
- 1.Introducciór y objetivos
- 2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions

• Ecuación de conservación de cantidad de movimiento

$$\bar{R}(\hat{\rho}_{1}\mathcal{A}_{1}+\hat{\rho}_{2}\mathcal{A}_{2})\frac{D\mathcal{B}}{Dt} = (\hat{\rho}_{1}\mathcal{A}_{1}+\hat{\rho}_{2}\mathcal{A}_{2})\frac{\bar{R}}{\bar{F}}-\mathcal{A}_{1}\frac{\partial\mathcal{D}_{1}}{\partial\hat{x}}-\mathcal{A}_{2}\frac{\partial\mathcal{D}_{2}}{\partial\hat{x}}$$
$$+\frac{\partial}{\partial\hat{x}}\left(3\left(\hat{\mu}_{1,0}\mathcal{A}_{1}+\hat{\mu}_{2,0}\mathcal{A}_{2}\right)\frac{\partial\mathcal{B}}{\partial\hat{x}}\right)$$
$$+2\mathcal{C}(\hat{x})\left(\hat{\mu}_{1,0}\frac{\partial\mathcal{A}_{1}}{\partial\hat{x}}+\hat{\mu}_{2,0}\frac{\partial\mathcal{A}_{2}}{\partial\hat{x}}\right)$$
$$-\hat{T}_{2}\mathcal{R}_{2}+\hat{\mathcal{T}}\mathcal{R}_{0}$$

donde

$$\mathcal{D}_1(\hat{x}, \hat{t}) = \hat{p}_i - \frac{1}{\bar{C}} \left(\frac{\sigma}{\sigma_2}\right) \frac{1}{\mathcal{R}_0} - \hat{\mu}_{1,0} \frac{2\mathcal{C}(\hat{x})}{\mathcal{R}_0^2}$$
$$\mathcal{D}_2(\hat{x}, \hat{t}) = \hat{p}_e + \frac{1}{\bar{C}} \frac{1}{\mathcal{R}_2} - \hat{\mu}_{2,0} \frac{2\mathcal{C}(\hat{x})}{\mathcal{R}_2^2}$$

• Ecuación de conservación de la energía

$$\bar{P}\left(\hat{\rho}_{1}\hat{C}_{1}\mathcal{A}_{1}+\hat{\rho}_{2}\hat{C}_{2}\mathcal{A}_{2}\right)\frac{D\mathcal{F}}{D\hat{t}}=\frac{\partial}{\partial\hat{x}}\left(\left(\mathcal{A}_{1}\hat{k}_{1}+\mathcal{A}_{2}\hat{k}_{2}\right)\frac{\partial\mathcal{F}}{\partial\hat{x}}\right)$$
$$-\bar{B}\left[\hat{h}_{2}\mathcal{R}_{2}\left(\mathcal{F}-\mathcal{F}_{\infty,2}\right)+\hat{h}_{1}\mathcal{R}_{0}\left(\mathcal{F}-\mathcal{F}_{\infty,1}\right)\right]$$
donde $\frac{D}{D\hat{t}}\equiv\frac{\partial}{\partial\hat{t}}+\mathcal{B}\frac{\partial}{\partial\hat{x}}$

26 / 55

э



Tesis Doctoral

- Francisco José Blanco Rodríguez
- 1.Introducción y objetivos
- 2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions

• Ecuación de conservación de cantidad de movimiento

$$\bar{R}(\hat{\rho}_{1}\mathcal{A}_{1}+\hat{\rho}_{2}\mathcal{A}_{2})\frac{\mathcal{D}\mathcal{B}}{Dt} = (\hat{\rho}_{1}\mathcal{A}_{1}+\hat{\rho}_{2}\mathcal{A}_{2})\frac{\bar{R}}{\bar{F}}-\mathcal{A}_{1}\frac{\partial\mathcal{D}_{1}}{\partial\hat{x}}-\mathcal{A}_{2}\frac{\partial\mathcal{D}_{2}}{\partial\hat{x}}$$
$$+\frac{\partial}{\partial\hat{x}}\left(3\left(\hat{\mu}_{1,0}\mathcal{A}_{1}+\hat{\mu}_{2,0}\mathcal{A}_{2}\right)\frac{\partial\mathcal{B}}{\partial\hat{x}}\right)$$
$$+2\mathcal{C}(\hat{x})\left(\hat{\mu}_{1,0}\frac{\partial\mathcal{A}_{1}}{\partial\hat{x}}+\hat{\mu}_{2,0}\frac{\partial\mathcal{A}_{2}}{\partial\hat{x}}\right)$$
$$-\hat{T}_{2}\mathcal{R}_{2}+\hat{\mathcal{T}}\mathcal{R}_{0}$$

donde

$$\mathcal{D}_1(\hat{x}, \hat{t}) = \hat{p}_i - \frac{1}{\bar{C}} \left(\frac{\sigma}{\sigma_2}\right) \frac{1}{\mathcal{R}_0} - \hat{\mu}_{1,0} \frac{2\mathcal{C}(\hat{x})}{\mathcal{R}_0^2}$$
$$\mathcal{D}_2(\hat{x}, \hat{t}) = \hat{p}_e + \frac{1}{\bar{C}} \frac{1}{\mathcal{R}_2} - \hat{\mu}_{2,0} \frac{2\mathcal{C}(\hat{x})}{\mathcal{R}_2^2}$$

• Ecuación de conservación de la energía

$$\begin{split} \bar{P}\left(\hat{\rho}_{1}\hat{C}_{1}\mathcal{A}_{1}+\hat{\rho}_{2}\hat{C}_{2}\mathcal{A}_{2}\right)\frac{D\mathcal{F}}{D\hat{t}} &= \frac{\partial}{\partial\hat{x}}\left(\left(\mathcal{A}_{1}\hat{k}_{1}+\mathcal{A}_{2}\hat{k}_{2}\right)\frac{\partial\mathcal{F}}{\partial\hat{x}}\right)\\ &-\bar{B}\left[\hat{h}_{2}\mathcal{R}_{2}\left(\mathcal{F}-\mathcal{F}_{\infty,2}\right)+\hat{h}_{1}\mathcal{R}_{0}\left(\mathcal{F}-\mathcal{F}_{\infty,1}\right)\right]\\ \text{donde } \frac{D}{D\hat{t}} &\equiv \frac{\partial}{\partial\hat{t}}+\mathcal{B}\frac{\partial}{\partial\hat{x}} \end{split}$$



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

- 1.Introducción y objetivos
- 2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Modelo con parámetro de orden

$$\mathbf{S} = \frac{s}{3} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \sim \hat{\nabla \mathbf{v}} \qquad \Rightarrow \qquad \mathcal{S}_i = \sqrt{\frac{3}{2} \left(\mathbf{S}_i : \mathbf{S}_i \right)} = s_i \quad i = 1, 2$$

Ecuación de Doi–Edwards

$$\frac{DS_i}{D\hat{t}} = (1 - S_i)(2S_i + 1)\frac{\partial \mathcal{B}}{\partial \hat{x}} - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i} \mathcal{F} U\left(S_i\right), \quad U\left(S_i\right) = S_i \left(1 - \frac{N_i}{3}(1 - S_i)(2S_i + 1)\right)$$

• Modelo de Ziabicki

$$\frac{D\mathcal{Y}_i}{D\hat{t}} = k_{Ai}(\mathcal{S})(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_i) \qquad i = 1, 2$$

$$\hat{\tau} = 2\hat{\mu}_{ei,0}\,\hat{D} \quad \Rightarrow \quad \hat{\mu}_{ei,0} = \hat{\mu}_{i,0}(\mathcal{F})\exp\left(\beta_i \left(\frac{\mathcal{Y}_i}{\mathcal{Y}_{\infty,i}}\right)^{n_i}\right) + \frac{2}{3}\,\alpha_i\,\hat{\lambda}_i\,\hat{T}_i\,\mathcal{S}_i^2 \quad i = 1,\,2$$

donde
$$\alpha = \frac{3c k_B T_0}{p_0}$$

 $\langle \Box \rangle \langle \overline{\sigma} \rangle \langle \overline{z} \rangle \langle \overline{z} \rangle \langle \overline{z} \rangle$
 $27/55$



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Modelo con parámetro de orden

$$\mathbf{S} = \frac{s}{3} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \sim \hat{\nabla \mathbf{v}} \qquad \Rightarrow \qquad \mathcal{S}_i = \sqrt{\frac{3}{2} \left(\mathbf{S}_i : \mathbf{S}_i \right)} = s_i \quad i = 1, 2$$

Ecuación de Doi–Edwards

 $\frac{DS_i}{D\hat{t}} = (1 - S_i)(2S_i + 1)\frac{\partial \mathcal{B}}{\partial \hat{x}} - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i} \mathcal{F}U(S_i), \quad U(S_i) = S_i \left(1 - \frac{N_i}{3}(1 - S_i)(2S_i + 1)\right)$

• Modelo de Ziabicki

$$\frac{D\mathcal{Y}_i}{D\hat{t}} = k_{Ai}(\mathcal{S})(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_i) \qquad i = 1, 2$$

$$\hat{\boldsymbol{\tau}} = 2\hat{\mu}_{ei,0}\,\hat{\boldsymbol{D}} \quad \Rightarrow \quad \hat{\mu}_{ei,0} = \hat{\mu}_{i,0}(\mathcal{F})\exp\left(\beta_i\left(\frac{\mathcal{Y}_i}{\mathcal{Y}_{\infty,i}}\right)^{n_i}\right) + \frac{2}{3}\,\alpha_i\,\hat{\lambda}_i\,\hat{T}_i\,\mathcal{S}_i^2 \quad i = 1,\,2$$

donde
$$\alpha = \frac{3c k_B T_0}{p_0}$$
 $\langle \Box \rangle \langle B \rangle$ $\langle C \rangle \langle C \rangle$



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Modelo con parámetro de orden

$$\mathbf{S} = \frac{s}{3} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \sim \hat{\nabla \mathbf{v}} \qquad \Rightarrow \qquad \mathcal{S}_i = \sqrt{\frac{3}{2} \left(\mathbf{S}_i : \mathbf{S}_i \right)} = s_i \quad i = 1, 2$$

• Ecuación de Doi-Edwards

$$\frac{D\mathcal{S}_i}{D\hat{t}} = (1 - \mathcal{S}_i)(2\mathcal{S}_i + 1)\frac{\partial \mathcal{B}}{\partial \hat{x}} - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i} \mathcal{F}U(\mathcal{S}_i), \quad U(\mathcal{S}_i) = \mathcal{S}_i \left(1 - \frac{N_i}{3}(1 - \mathcal{S}_i)(2\mathcal{S}_i + 1)\right)$$

• Modelo de Ziabicki

$$\frac{D\mathcal{Y}_i}{D\hat{t}} = k_{Ai}(\mathcal{S})(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_i) \qquad i = 1, 2$$

$$\hat{\tau} = 2\hat{\mu}_{ei,0}\,\hat{D} \quad \Rightarrow \quad \hat{\mu}_{ei,0} = \hat{\mu}_{i,0}(\mathcal{F})\exp\left(\beta_i \left(\frac{\mathcal{Y}_i}{\mathcal{Y}_{\infty,i}}\right)^{n_i}\right) + \frac{2}{3}\,\alpha_i\,\hat{\lambda}_i\,\hat{T}_i\,\mathcal{S}_i^2 \quad i = 1,\,2$$

donde
$$\alpha = \frac{3c k_B T_0}{p_0}$$

 $\langle \Box \rangle \langle \overline{\sigma} \rangle \langle \overline{z} \rangle \langle \overline{z} \rangle \langle \overline{z} \rangle$

27/55



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Modelo con parámetro de orden

$$\mathbf{S} = \frac{s}{3} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \sim \hat{\nabla \mathbf{v}} \qquad \Rightarrow \qquad \mathcal{S}_i = \sqrt{\frac{3}{2} \left(\mathbf{S}_i : \mathbf{S}_i \right)} = s_i \quad i = 1, 2$$

• Ecuación de Doi-Edwards

$$\frac{D\mathcal{S}_i}{D\hat{t}} = (1 - \mathcal{S}_i)(2\mathcal{S}_i + 1)\frac{\partial \mathcal{B}}{\partial \hat{x}} - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i} \mathcal{F} U\left(\mathcal{S}_i\right), \quad U\left(\mathcal{S}_i\right) = \mathcal{S}_i \left(1 - \frac{N_i}{3}(1 - \mathcal{S}_i)(2\mathcal{S}_i + 1)\right)$$

• Modelo de Ziabicki

$$\frac{D\mathcal{Y}_i}{D\hat{t}} = k_{Ai}(\mathcal{S})(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_i) \qquad i = 1, 2$$

$$\hat{\tau} = 2\hat{\mu}_{ei,0}\,\hat{D} \quad \Rightarrow \quad \hat{\mu}_{ei,0} = \hat{\mu}_{i,0}(\mathcal{F})\exp\left(\beta_i \left(\frac{\mathcal{Y}_i}{\mathcal{Y}_{\infty,i}}\right)^{n_i}\right) + \frac{2}{3}\,\alpha_i\,\hat{\lambda}_i\,\hat{T}_i\,\mathcal{S}_i^2 \quad i = 1,\,2$$

donde
$$\alpha = \frac{3c k_B T_0}{p_0}$$

 $\langle \Box \rangle \langle \overline{\sigma} \rangle \langle \overline{z} \rangle \langle \overline{z} \rangle \langle \overline{z} \rangle$
 $27/55$



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Modelo con parámetro de orden

$$\mathbf{S} = \frac{s}{3} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \sim \hat{\nabla \mathbf{v}} \qquad \Rightarrow \qquad \mathcal{S}_i = \sqrt{\frac{3}{2} \left(\mathbf{S}_i : \mathbf{S}_i \right)} = s_i \quad i = 1, 2$$

• Ecuación de Doi-Edwards

$$\frac{DS_i}{D\hat{t}} = (1 - S_i)(2S_i + 1)\frac{\partial \mathcal{B}}{\partial \hat{x}} - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i} \mathcal{F}U(S_i), \quad U(S_i) = S_i \left(1 - \frac{N_i}{3}(1 - S_i)(2S_i + 1)\right)$$

• Modelo de Ziabicki

$$\frac{D\mathcal{Y}_i}{D\hat{t}} = k_{Ai}(\mathcal{S})(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_i) \qquad i = 1, 2$$

$$\hat{\boldsymbol{\tau}} = 2\hat{\mu}_{ei,0}\,\hat{\boldsymbol{D}} \quad \Rightarrow \quad \hat{\mu}_{ei,0} = \hat{\mu}_{i,0}(\mathcal{F})\exp\left(\beta_i\left(\frac{\mathcal{Y}_i}{\mathcal{Y}_{\infty,i}}\right)^{n_i}\right) + \frac{2}{3}\,\alpha_i\,\hat{\lambda}_i\,\hat{T}_i\,\mathcal{S}_i^2 \quad i = 1,\,2$$

donde
$$\alpha = \frac{3c k_B T_0}{p_0}$$
 $\langle \Box \rangle \langle B \rangle \langle \Xi \rangle \langle \Xi \rangle \langle \Xi \rangle \langle \Xi \rangle$ $\langle 27/55$



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

4. MODELO BIDIMENSIONAL EN ESTADO ESTACIONARIO

◆□ → ◆□ → ◆ = → ◆ = → ○ へ ○
28 / 55



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Ecuación de conservación de la masa

 $\mathcal{A}_i \mathcal{B} = Q_i \qquad i = 1, 2$

• Ecuación de conservación de cantidad de movimiento

$$\bar{R}(\hat{\rho}_1 \mathcal{A}_1 + \hat{\rho}_2 \mathcal{A}_2) \mathcal{B} \frac{d\mathcal{B}}{d\hat{x}} = (\hat{\rho}_1 \mathcal{A}_1 + \hat{\rho}_2 \mathcal{A}_2) \frac{\bar{R}}{\bar{F}} + \frac{1}{2\bar{C}} \left(\frac{d\mathcal{R}_2}{d\hat{x}} + \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \frac{d\mathcal{R}_1}{d\hat{x}} \right) \\
+ \frac{d}{d\hat{x}} \left\{ 3 \left(< \hat{\mu}_{e1,0} > \mathcal{A}_1 + < \hat{\mu}_{e2,0} > \mathcal{A}_2 \right) \frac{d\mathcal{B}}{d\hat{x}} \right\} \\
- \hat{T}_2 \mathcal{R}_2 - \frac{d\hat{\rho}_e}{d\hat{x}} \left(\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 \right) \right\}$$

donde

$$< \hat{\mu}_{e1,0} > (\hat{x}) = \frac{1}{\mathcal{A}_1} \int_0^{\mathcal{R}_1} \hat{\mu}_{e1,0}(\hat{r}, \hat{x}) \, \hat{r} \, d\hat{r}$$

$$< \hat{\mu}_{e2,0} > (\hat{x}) = \frac{1}{\mathcal{A}_2} \int_{\mathcal{R}_1}^{\mathcal{R}_2} \hat{\mu}_{e2,0}(\hat{r}, \hat{x}) \, \hat{r} \, d\hat{r}$$

• Viscosidad dinámica efectiva

$$\hat{\mu}_{ei,0}(\hat{r},\hat{x}) = \hat{\mu}_i(\hat{T}) \exp\left(\beta_i \left(\frac{\mathcal{Y}_i}{\mathcal{Y}_{\infty,i}}\right)^{n_i}\right) \qquad i = 1, 2$$



Tesis Doctoral

- Francisco José Blanco Rodríguez
- 1.Introducción y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1-D

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Ecuación de conservación de la masa

 $\mathcal{A}_i \mathcal{B} = Q_i \qquad i = 1, 2$

• Ecuación de conservación de cantidad de movimiento $\bar{R}(\hat{\rho}_{1}\mathcal{A}_{1}+\hat{\rho}_{2}\mathcal{A}_{2})\mathcal{B}\frac{d\mathcal{B}}{d\hat{x}} = (\hat{\rho}_{1}\mathcal{A}_{1}+\hat{\rho}_{2}\mathcal{A}_{2})\frac{\bar{R}}{\bar{F}} + \frac{1}{2\bar{C}}\left(\frac{d\mathcal{R}_{2}}{d\hat{x}}+\frac{\sigma_{1}}{\sigma_{2}}\frac{d\mathcal{R}_{1}}{d\hat{x}}\right)$ $+\frac{d}{d\hat{x}}\left\{3\left(<\hat{\mu}_{e1,0}>\mathcal{A}_{1}+<\hat{\mu}_{e2,0}>\mathcal{A}_{2}\right)\frac{d\mathcal{B}}{d\hat{x}}\right\}$ $-\hat{T}_{2}\mathcal{R}_{2} - \frac{d\hat{\rho}_{e}}{d\hat{x}}\left(\mathcal{A}_{1}+\mathcal{A}_{2}\right)$

donde

$$<\hat{\mu}_{e1,0}>(\hat{x}) = \frac{1}{\mathcal{A}_1} \int_0^{\mathcal{R}_1} \hat{\mu}_{e1,0}(\hat{r},\hat{x})\,\hat{r}\,d\hat{r}$$
$$<\hat{\mu}_{e2,0}>(\hat{x}) = \frac{1}{\mathcal{A}_2} \int_{\mathcal{R}_1}^{\mathcal{R}_2} \hat{\mu}_{e2,0}(\hat{r},\hat{x})\,\hat{r}\,d\hat{r}$$

• Viscosidad dinámica efectiva

$$\hat{\mu}_{ei,0}(\hat{r},\hat{x}) = \hat{\mu}_i(\hat{T}) \exp\left(\beta_i \left(\frac{\mathcal{Y}_i}{\mathcal{Y}_{\infty,i}}\right)^{n_i}\right) \qquad i = 1, 2$$



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Ecuación de conservación de la masa

 $\mathcal{A}_i \mathcal{B} = Q_i \qquad i = 1, 2$

• Ecuación de conservación de cantidad de movimiento $\bar{R}(\hat{\rho}_{1}\mathcal{A}_{1}+\hat{\rho}_{2}\mathcal{A}_{2})\mathcal{B}\frac{d\mathcal{B}}{d\hat{x}} = (\hat{\rho}_{1}\mathcal{A}_{1}+\hat{\rho}_{2}\mathcal{A}_{2})\frac{\bar{R}}{\bar{F}} + \frac{1}{2\bar{C}}\left(\frac{d\mathcal{R}_{2}}{d\hat{x}}+\frac{\sigma_{1}}{\sigma_{2}}\frac{d\mathcal{R}_{1}}{d\hat{x}}\right)$ $+\frac{d}{d\hat{x}}\left\{3\left(<\hat{\mu}_{e1,0}>\mathcal{A}_{1}+<\hat{\mu}_{e2,0}>\mathcal{A}_{2}\right)\frac{d\mathcal{B}}{d\hat{x}}\right\}$ $-\hat{T}_{2}\mathcal{R}_{2} - \frac{d\hat{\rho}_{e}}{d\hat{x}}\left(\mathcal{A}_{1}+\mathcal{A}_{2}\right)$

donde

$$<\hat{\mu}_{e1,0}>(\hat{x}) = \frac{1}{\mathcal{A}_1} \int_0^{\mathcal{R}_1} \hat{\mu}_{e1,0}(\hat{r}, \hat{x}) \, \hat{r} \, d\hat{r}$$
$$<\hat{\mu}_{e2,0}>(\hat{x}) = \frac{1}{\mathcal{A}_2} \int_{\mathcal{R}_1}^{\mathcal{R}_2} \hat{\mu}_{e2,0}(\hat{r}, \hat{x}) \, \hat{r} \, d\hat{r}$$

• Viscosidad dinámica efectiva

$$\hat{\mu}_{ei,0}(\hat{r},\hat{x}) = \hat{\mu}_i(\hat{T}) \exp\left(\beta_i \left(\frac{\mathcal{Y}_i}{\mathcal{Y}_{\infty,i}}\right)^{n_i}\right) \qquad i = 1, 2$$



Tesis Doctoral

- Francisco José Blanco Rodríguez
- 1.Introducción y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1–D

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Ecuación de conservación de la masa

 $\mathcal{A}_i \mathcal{B} = Q_i \qquad i = 1, 2$

• Ecuación de conservación de cantidad de movimiento $\bar{R}(\hat{\rho}_{1}\mathcal{A}_{1}+\hat{\rho}_{2}\mathcal{A}_{2})\mathcal{B}\frac{d\mathcal{B}}{d\hat{x}} = (\hat{\rho}_{1}\mathcal{A}_{1}+\hat{\rho}_{2}\mathcal{A}_{2})\frac{\bar{R}}{\bar{F}} + \frac{1}{2\bar{C}}\left(\frac{d\mathcal{R}_{2}}{d\hat{x}}+\frac{\sigma_{1}}{\sigma_{2}}\frac{d\mathcal{R}_{1}}{d\hat{x}}\right)$ $+\frac{d}{d\hat{x}}\left\{3\left(<\hat{\mu}_{e1,0}>\mathcal{A}_{1}+<\hat{\mu}_{e2,0}>\mathcal{A}_{2}\right)\frac{d\mathcal{B}}{d\hat{x}}\right\}$ $-\hat{T}_{2}\mathcal{R}_{2} - \frac{d\hat{p}_{e}}{d\hat{x}}\left(\mathcal{A}_{1}+\mathcal{A}_{2}\right)$

donde

$$< \hat{\mu}_{e1,0} > (\hat{x}) = \frac{1}{\mathcal{A}_1} \int_0^{\mathcal{R}_1} \hat{\mu}_{e1,0}(\hat{r}, \hat{x}) \, \hat{r} \, d\hat{r}$$

$$< \hat{\mu}_{e2,0} > (\hat{x}) = \frac{1}{\mathcal{A}_2} \int_{\mathcal{R}_1}^{\mathcal{R}_2} \hat{\mu}_{e2,0}(\hat{r}, \hat{x}) \, \hat{r} \, d\hat{r}$$

• Viscosidad dinámica efectiva

$$\hat{\mu}_{ei,0}(\hat{r},\hat{x}) = \hat{\mu}_i(\hat{T}) \exp\left(\beta_i \left(\frac{\mathcal{Y}_i}{\mathcal{Y}_{\infty,i}}\right)^{n_i}\right) \qquad i = 1, 2$$



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Ecuación de conservación de energía

$$\bar{P}\left(\frac{\hat{\rho}_{i}\hat{C}_{i}}{\hat{k}_{i}}\right)\mathcal{L}_{ss}\left(\hat{T}_{i}\right) = \frac{1}{\hat{r}}\frac{\partial}{\partial\hat{r}}\left(\hat{r}\frac{\partial\hat{T}_{i}}{\partial\hat{r}}\right) \qquad i = 1, 2$$

 $\begin{array}{l} \mbox{donde } \mathcal{L}_{ss}\left(\alpha\right) \equiv \hat{u}_{i,0}\frac{\partial\alpha}{\partial\hat{x}} + \hat{v}_{i,0}\frac{\partial\alpha}{\partial\hat{r}} \\ \bullet \quad \mbox{Componentes del tensor de orientación molecular} \end{array}$

$$\mathcal{L}_{ss}(s_{ir}) = (1 - s_{ir})(1 + s_{ix})\frac{d\mathcal{B}}{d\hat{x}} - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i} \left\{ s_{ir} - \frac{N_i}{3} \left[(1 - s_{ir})(s_{ir} + 3\Pi_{i,s}) \right] \right\} \qquad i = 1, 2$$

$$\mathcal{L}_{ss}(s_{i\,x}) = (s_{i\,x} + 1) (2 - s_{i\,x}) \frac{d\mathcal{B}}{d\hat{x}} - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i} \left\{ s_{i\,x} - \frac{N_i}{3} \left[(s_{i\,x} + 1) (s_{i\,x} - 3 \Pi_{i,s}) \right] \right\} \qquad i = 1, 2$$

• Grado de cristalización

$$\mathcal{L}_{ss}\left(\mathcal{Y}_{i}\right) = k_{Ai}(0) \exp\left(a_{2i}\mathcal{S}_{i}^{2}\right)\left(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_{i}\right) \qquad i = 1, 2$$

30 / 55

э

イロン イロン イヨン イヨン



Tesis Doctoral

4.Modelo 2-D

Ecuación de conservación de energía ۰

$$\bar{P}\left(\frac{\hat{p}_{i}\hat{C}_{i}}{\hat{k}_{i}}\right)\mathcal{L}_{ss}\left(\hat{T}_{i}\right) = \frac{1}{\hat{r}}\frac{\partial}{\partial\hat{r}}\left(\hat{r}\frac{\partial\hat{T}_{i}}{\partial\hat{r}}\right) \qquad i = 1, 2$$

donde $\mathcal{L}_{ss}(\alpha) \equiv \hat{u}_{i,0} \frac{\partial \alpha}{\partial \hat{x}} + \hat{v}_{i,0} \frac{\partial \alpha}{\partial \hat{r}}$ Componentes del tensor de orientación molecular

$$\mathcal{L}_{ss}(s_{ir}) = (1 - s_{ir})(1 + s_{ix})\frac{d\mathcal{B}}{d\hat{x}} - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i} \left\{ s_{ir} - \frac{N_i}{3} \left[(1 - s_{ir})(s_{ir} + 3\Pi_{i,s}) \right] \right\} \qquad i = 1, 2$$

$$\begin{split} \mathcal{L}_{ss}\left(s_{i\,x}\right) &= \left(s_{i\,x} + 1\right)\left(2 - s_{i\,x}\right)\frac{d\mathcal{B}}{d\hat{x}} \\ &- \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i} \left\{s_{i\,x} - \frac{N_i}{3}\left[\left(s_{i\,x} + 1\right)\left(s_{i\,x} - 3\,\Pi_{i,s}\right)\right]\right\} \qquad i = 1,\,2 \end{split}$$

Grado de cristalización

э


FIBRAS COMPUESTAS SEMICRISTALINAS Ecuaciones bidimensionales modelo 2–D

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–D

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Ecuación de conservación de energía

$$\bar{P}\left(\frac{\hat{p}_{i}\hat{C}_{i}}{\hat{k}_{i}}\right)\mathcal{L}_{ss}\left(\hat{T}_{i}\right) = \frac{1}{\hat{r}}\frac{\partial}{\partial\hat{r}}\left(\hat{r}\frac{\partial\hat{T}_{i}}{\partial\hat{r}}\right) \qquad i = 1, 2$$

donde
$$\mathcal{L}_{ss}\left(\alpha\right) \equiv \hat{u}_{i,0} \frac{\partial \alpha}{\partial \hat{x}} + \hat{v}_{i,0} \frac{\partial \alpha}{\partial \hat{r}}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{ss}\left(s_{i\,r}\right) &= \left(1 - s_{i\,r}\right)\left(1 + s_{i\,x}\right)\frac{d\mathcal{B}}{d\hat{x}} \\ &- \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i} \left\{s_{i\,r} - \frac{N_i}{3}\left[\left(1 - s_{i\,r}\right)\left(s_{i\,r} + 3\,\Pi_{i,s}\right)\right]\right\} \qquad i = 1,\,2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{ss}\left(s_{i\,x}\right) &= \left(s_{i\,x} + 1\right)\left(2 - s_{i\,x}\right)\frac{d\mathcal{B}}{d\hat{x}} \\ &- \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i} \left\{s_{i\,x} - \frac{N_i}{3}\left[\left(s_{i\,x} + 1\right)\left(s_{i\,x} - 3\,\Pi_{i,s}\right)\right]\right\} \qquad i = 1,\,2 \end{aligned}$$

• Grado de cristalización

$$\mathcal{L}_{ss}(\mathcal{Y}_i) = k_{Ai}(0) \exp\left(a_{2i}\mathcal{S}_i^2\right) \left(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_i\right) \qquad i = 1, 2$$

э



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–D

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions



• Velocidad axial

$$\mathcal{B}(0) = \mathcal{B}_0$$
$$\mathcal{B}(1) = D_r \mathcal{B}$$

• Perfil inicial de temperatura

 $\hat{T}_i(\hat{r}, 0) = \hat{T}_{i0}(\hat{r})$ i = 1, 2

Condiciones radiales de temperatura

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{T}_1}{\partial \hat{r}}(0,\hat{x}) &= 0\\ \hat{T}_1(\mathcal{R}_1,\hat{x}) &= \hat{T}_2\left(\mathcal{R}_1,\hat{x}\right)\\ \hat{q}_1\left(\mathcal{R}_1,\hat{x}\right) &= \hat{q}_2\left(\mathcal{R}_1,\hat{x}\right) \implies -\hat{k}_1 \frac{\partial \hat{T}_1}{\partial \hat{r}}\left(\mathcal{R}_1,\hat{x}\right) = -\hat{k}_2 \frac{\partial \hat{T}_2}{\partial \hat{r}}\left(\mathcal{R}_1,\hat{x}\right)\\ \hat{q}_2\left(\mathcal{R}_2,\hat{x}\right) &= \hat{q}_e \implies -\hat{k}_2 \frac{\partial \hat{T}_2}{\partial \hat{r}}\left(\mathcal{R}_2,\hat{x}\right) = Bi \, \hat{h}_2\left(\hat{T}_2(\mathcal{R}_2,\hat{x}) - \hat{T}_{\infty,2}\right) \end{aligned}$$

31 / 55



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–D

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions



- Velocidad axial $\begin{aligned} \mathcal{B}(0) = & \mathcal{B}_0 \\ \mathcal{B}(1) = & D_r \mathcal{B}_0 \end{aligned}$
- Perfil inicial de temperatura

 $\hat{T}_i(\hat{r}, 0) = \hat{T}_{i0}(\hat{r})$ i = 1, 2

Condiciones radiales de temperatura

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{T}_1}{\partial \hat{r}}(0,\hat{x}) &= 0\\ \hat{T}_1(\mathcal{R}_1,\hat{x}) &= \hat{T}_2\left(\mathcal{R}_1,\hat{x}\right)\\ \hat{q}_1\left(\mathcal{R}_1,\hat{x}\right) &= \hat{q}_2\left(\mathcal{R}_1,\hat{x}\right) \implies -\hat{k}_1\frac{\partial \hat{T}_1}{\partial \hat{r}}\left(\mathcal{R}_1,\hat{x}\right) = -\hat{k}_2\frac{\partial \hat{T}_2}{\partial \hat{r}}\left(\mathcal{R}_1,\hat{x}\right)\\ \hat{q}_2\left(\mathcal{R}_2,\hat{x}\right) &= \hat{q}_e \implies -\hat{k}_2\frac{\partial \hat{T}_2}{\partial \hat{r}}\left(\mathcal{R}_2,\hat{x}\right) = Bi\,\hat{h}_2\left(\hat{T}_2(\mathcal{R}_2,\hat{x}) - \hat{T}_{\infty,2}\right) \end{aligned}$$

31 / 55



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducció y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–D

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions



• Velocidad axial

 $\mathcal{B}(0) = \mathcal{B}_0$ $\mathcal{B}(1) = D_r \mathcal{B}_0$

• Perfil inicial de temperatura

 $\hat{T}_i(\hat{r}, 0) = \hat{T}_{i0}(\hat{r})$ i = 1, 2

• Condiciones radiales de temperatura

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{T}_1}{\partial \hat{r}}(0,\hat{x}) &= 0\\ \hat{T}_1(\mathcal{R}_1,\hat{x}) &= \hat{T}_2\left(\mathcal{R}_1,\hat{x}\right)\\ \hat{q}_1\left(\mathcal{R}_1,\hat{x}\right) &= \hat{q}_2\left(\mathcal{R}_1,\hat{x}\right) \implies -\hat{k}_1\frac{\partial \hat{T}_1}{\partial \hat{r}}\left(\mathcal{R}_1,\hat{x}\right) = -\hat{k}_2\frac{\partial \hat{T}_2}{\partial \hat{r}}\left(\mathcal{R}_1,\hat{x}\right)\\ \hat{q}_2\left(\mathcal{R}_2,\hat{x}\right) &= \hat{q}_e \implies -\hat{k}_2\frac{\partial \hat{T}_2}{\partial \hat{r}}\left(\mathcal{R}_2,\hat{x}\right) = Bi\,\hat{h}_2\left(\hat{T}_2(\mathcal{R}_2,\hat{x}) - \hat{T}_{\infty,2}\right) \end{aligned}$$

31 / 55



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducciói y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions



• Velocidad axial

$$\mathcal{B}(0) = \mathcal{B}_0$$
$$\mathcal{B}(1) = D_r \mathcal{B}_0$$

• Perfil inicial de temperatura

 $\hat{T}_i(\hat{r}, 0) = \hat{T}_{i0}(\hat{r})$ i = 1, 2



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-E

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions



• Perfil inicial para el parámetro de orientación molecular

$$s_{ir}(\hat{r}, 0) = S_{i0}(\hat{r}) \qquad i = 1, 2$$

$$s_{ix}(\hat{r}, 0) = 2S_{i0}(\hat{r}) \qquad i = 1, 2$$

 $\mathcal{Y}_i(\hat{r},0) = \mathcal{Y}_{i0}(\hat{r}) \qquad i = 1, 2$

イロト イポト イヨト イヨト

3



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-E

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions



• Perfil inicial para el parámetro de orientación molecular

$$s_{ir}(\hat{r}, 0) = S_{i0}(\hat{r}) \qquad i = 1, 2$$

$$s_{ix}(\hat{r}, 0) = 2 S_{i0}(\hat{r}) \qquad i = 1, 2$$

• Perfil inicial para el grado de cristalización

 $\mathcal{Y}_i(\hat{r},0) = \mathcal{Y}_{i0}(\hat{r}) \qquad i = 1, 2$

イロト イポト イヨト イヨト

3



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-E

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions



• Perfil inicial para el parámetro de orientación molecular

$$s_{ir}(\hat{r}, 0) = S_{i0}(\hat{r}) \qquad i = 1, 2$$

$$s_{ix}(\hat{r}, 0) = 2S_{i0}(\hat{r}) \qquad i = 1, 2$$

• Perfil inicial para el grado de cristalización

$$\mathcal{Y}_i(\hat{r},0) = \mathcal{Y}_{i0}(\hat{r}) \qquad i = 1, 2$$

イロト イポト イヨト イヨト

э



FIBRAS COMPUESTAS SEMICRISTALINAS Transformación de coordenadas

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducciór y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

 $(\hat{r}, \hat{x}) \mapsto (\xi, \eta)$ transforma el espacio $\Omega_{\hat{r}\hat{x}} = \{[0, \mathcal{R}_2(\hat{x})] \times [0, 1]\}$ en un dominio rectangular $\Omega_{\xi\eta} = \{[0, 1] \times [0, 1]\}$

(□) (圖) (필) (필) (필) (33/55



FIBRAS COMPUESTAS SEMICRISTALINAS Transformación de coordenadas

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas







FIBRAS COMPUESTAS SEMICRISTALINAS Dominio computacional. Ecuaciones bidimensionales modelo 2–D

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Temperatura

$$\frac{\partial \hat{T}_i}{\partial \eta} = \frac{1}{2Q} \frac{1}{\bar{P}_i} \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi \frac{\partial \hat{T}_i}{\partial \xi} \right) \qquad i = 1, 2$$

donde $\bar{P}_i = \bar{P}\left(\frac{\hat{\rho}_i \hat{C}_i}{\hat{k}_i}\right)$

Componentes del tensor de orientación molecular

$$\mathcal{B}\frac{\partial s_{ir}}{\partial \eta} = (1 - s_{ir})\left(1 + s_{ix}\right)\frac{d\mathcal{B}}{d\eta} - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\left\{s_{ir} - \frac{N_i}{3}\left[\left(1 - s_{ir}\right)\left(s_{ir} + 3\Pi_{i,s}\right)\right]\right\}$$

$$\mathcal{B}\frac{\partial s_{ix}}{\partial \eta} = (s_{ix}+1)\left(2-s_{ix}\right)\frac{d\mathcal{B}}{d\eta} - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\left\{s_{ix} - \frac{N_i}{3}\left[\left(s_{ix}+1\right)\left(s_{ix}-3\Pi_{i,s}\right)\right]\right\}$$

• Grado de cristalización

$$\mathcal{B} \frac{\partial \mathcal{Y}_i}{\partial \eta} = k_{Ai}(0) \exp\left(a_{2i} \mathcal{S}_i^2\right) \left(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_i\right) \qquad i = 1, 2$$



FIBRAS COMPUESTAS SEMICRISTALINAS Dominio computacional. Ecuaciones bidimensionales modelo 2–D

Tesis Doctoral

Temperatura

$$\frac{\partial \hat{T}_i}{\partial \eta} = \frac{1}{2Q} \frac{1}{\bar{P}_i} \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi \frac{\partial \hat{T}_i}{\partial \xi} \right) \qquad i = 1, 2$$

donde $\bar{P}_i = \bar{P}\left(\frac{\hat{P}_i\hat{C}_i}{\hat{k}_i}\right)$

• Componentes del tensor de orientación molecular

$$\mathcal{B}\frac{\partial s_{ir}}{\partial \eta} = (1 - s_{ir})\left(1 + s_{ix}\right)\frac{d\mathcal{B}}{d\eta} - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\left\{s_{ir} - \frac{N_i}{3}\left[(1 - s_{ir})\left(s_{ir} + 3\Pi_{i,s}\right)\right]\right\}$$

$$\mathcal{B}\frac{\partial s_{ix}}{\partial \eta} = (s_{ix}+1)\left(2-s_{ix}\right)\frac{d\mathcal{B}}{d\eta} - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\left\{s_{ix} - \frac{N_i}{3}\left[\left(s_{ix}+1\right)\left(s_{ix}-3\Pi_{i,s}\right)\right]\right\}$$

• Grado de cristalización

$$\mathcal{B} \frac{\partial \mathcal{Y}_i}{\partial \eta} = k_{Ai}(0) \exp\left(a_{2i} \mathcal{S}_i^2\right) \left(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_i\right) \qquad i = 1, 2$$

34 / 55

1.Introducció y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas



FIBRAS COMPUESTAS SEMICRISTALINAS Dominio computacional. Ecuaciones bidimensionales modelo 2–D

Tesis Doctoral

4.Modelo 2-D

Temperatura

$$\frac{\partial \hat{T}_i}{\partial \eta} = \frac{1}{2Q} \frac{1}{\bar{P}_i} \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi \frac{\partial \hat{T}_i}{\partial \xi} \right) \qquad i = 1, 2$$

donde $\bar{P}_i = \bar{P}\left(\frac{\hat{P}_i\hat{C}_i}{\hat{k}_i}\right)$

• Componentes del tensor de orientación molecular

$$\mathcal{B} \frac{\partial s_{ir}}{\partial \eta} = (1 - s_{ir}) \left(1 + s_{ix} \right) \frac{d\mathcal{B}}{d\eta} - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i} \left\{ s_{ir} - \frac{N_i}{3} \left[(1 - s_{ir}) \left(s_{ir} + 3 \Pi_{i,s} \right) \right] \right\}$$

$$\mathcal{B}\frac{\partial s_{ix}}{\partial \eta} = (s_{ix}+1)\left(2-s_{ix}\right)\frac{d\mathcal{B}}{d\eta} - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i}\left\{s_{ix} - \frac{N_i}{3}\left[\left(s_{ix}+1\right)\left(s_{ix}-3\Pi_{i,s}\right)\right]\right\}$$

• Grado de cristalización

$$\mathcal{B}\frac{\partial \mathcal{Y}_i}{\partial \eta} = k_{Ai}(0) \exp\left(a_{2i}\mathcal{S}_i^2\right) \left(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_i\right) \qquad i = 1, 2$$



FIBRAS COMPUESTAS SEMICRISTALINAS Temperatura promedio

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Temperatura promedio de los chorros

$$< \hat{T}_1 > (\eta) = \frac{2Q}{Q_1} \int_0^{\sqrt{\frac{Q_1}{Q}}} \hat{T}_1(\xi,\eta) \,\xi \,d\xi$$

$$< \hat{T}_2 > (\eta) = \frac{2Q}{Q_2} \int_{\sqrt{\frac{Q_1}{Q}}}^{1} \hat{T}_2(\xi,\eta) \,\xi \,d\xi$$

• Ecuación de evolución de la temperatura promedio global de la fibra

$$\frac{d < \hat{T} >}{d\eta} = -\frac{St}{\hat{\rho}_1 \hat{C}_1 Q_1 + \hat{\rho}_2 \hat{C}_2 Q_2} \mathcal{R}_2(\eta) \, \hat{h}_2\left(\hat{T}_2\left(1,\eta\right) - \hat{T}_{\infty,2}\right)$$

donde $St = \frac{Bi}{P}$

• Temperatura promedio global de la fibra

$$<\hat{T}>(\eta) = \frac{\bar{P}_1\left(\frac{\hat{k}_1}{\hat{k}_2}\right)Q_1 < \hat{T}_1(\eta) > +\bar{P}_2Q_2 < \hat{T}_2(\eta) >}{\bar{P}_1\left(\frac{\hat{k}_1}{\hat{k}_2}\right)Q_1 + \bar{P}_2Q_2}$$

35 / 55



FIBRAS COMPUESTAS SEMICRISTALINAS Temperatura promedio

Tesis Doctoral

- Francisco José Blanco Rodríguez
- 1.Introducciór y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1-D
- 4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Temperatura promedio de los chorros

$$\begin{aligned} <\hat{T}_{1}>(\eta)&=\frac{2\,Q}{Q_{1}}\int_{0}^{\sqrt{\frac{Q_{1}}{Q}}}\hat{T}_{1}(\xi,\eta)\,\xi\,d\xi\\ <\hat{T}_{2}>(\eta)&=\frac{2\,Q}{Q_{2}}\int_{\sqrt{\frac{Q_{1}}{Q}}}^{1}\hat{T}_{2}(\xi,\eta)\,\xi\,d\xi \end{aligned}$$

• Ecuación de evolución de la temperatura promedio global de la fibra

$$\frac{d < \hat{T} >}{d\eta} = -\frac{St}{\hat{\rho}_1 \hat{C}_1 Q_1 + \hat{\rho}_2 \hat{C}_2 Q_2} \mathcal{R}_2(\eta) \hat{h}_2 \left(\hat{T}_2 \left(1, \eta \right) - \hat{T}_{\infty, 2} \right)$$

donde $St = \frac{Bi}{\overline{P}}$

• Temperatura promedio global de la fibra

$$<\hat{T}>(\eta) = \frac{\bar{P}_{1}\left(\frac{\hat{k}_{1}}{\hat{k}_{2}}\right)Q_{1} <\hat{T}_{1}(\eta)> +\bar{P}_{2}Q_{2} <\hat{T}_{2}(\eta)>}{\bar{P}_{1}\left(\frac{\hat{k}_{1}}{\hat{k}_{2}}\right)Q_{1}+\bar{P}_{2}Q_{2}}$$

35 / 55

э

イロト イポト イヨト イヨト



FIBRAS COMPUESTAS SEMICRISTALINAS Temperatura promedio

Tesis Doctoral

- Francisco José Blanco Rodríguez
- 1.Introducciór y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1-D
- 4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Temperatura promedio de los chorros

$$\begin{aligned} <\hat{T}_{1}>(\eta) &= \frac{2\,Q}{Q_{1}}\int_{0}^{\sqrt{\frac{Q_{1}}{Q}}}\hat{T}_{1}(\xi,\eta)\,\xi\,d\xi\\ <\hat{T}_{2}>(\eta) &= \frac{2\,Q}{Q_{2}}\int_{\sqrt{\frac{Q_{1}}{Q}}}^{1}\hat{T}_{2}(\xi,\eta)\,\xi\,d\xi \end{aligned}$$

• Ecuación de evolución de la temperatura promedio global de la fibra

$$\frac{d < \hat{T} >}{d\eta} = -\frac{St}{\hat{\rho}_1 \hat{C}_1 Q_1 + \hat{\rho}_2 \hat{C}_2 Q_2} \mathcal{R}_2(\eta) \,\hat{h}_2\left(\hat{T}_2\left(1,\eta\right) - \hat{T}_{\infty,2}\right)$$

donde $St = \frac{Bi}{\overline{P}}$

• Temperatura promedio global de la fibra

$$<\hat{T}>(\eta) = \frac{\bar{P}_1\left(\frac{\hat{k}_1}{\hat{k}_2}\right)Q_1 < \hat{T}_1(\eta) > +\bar{P}_2Q_2 < \hat{T}_2(\eta) >}{\bar{P}_1\left(\frac{\hat{k}_1}{\hat{k}_2}\right)Q_1 + \bar{P}_2Q_2}$$



FIBRAS ANULARES COMPUESTAS SEMICRISTALINAS Transformación de coordenadas

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducciór y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

 $(\hat{r}, \hat{x}) \mapsto (\xi, \eta)$ transforma el espacio $\Omega_{\hat{r}\hat{x}} = \{[\mathcal{R}_0(\hat{x}), \mathcal{R}_2(\hat{x})] \times [0, 1]\}$ en un dominio rectangular $\Omega_{\xi\eta} = \{[0, 1] \times [0, 1]\}$



FIBRAS ANULARES COMPUESTAS SEMICRISTALINAS Transformación de coordenadas

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas







FIBRAS ANULARES COMPUESTAS SEMICRISTALINAS Dominio computacional. Ecuaciones bidimensionales modelo 2–D

Tesis Doctoral

Temperatura

$$\frac{\partial \hat{T}_i}{\partial \eta} = \frac{1}{Q} \frac{2}{\bar{P}_i} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\left(\frac{\mathcal{A}_0}{\mathcal{A}} + \xi \right) \frac{\partial \hat{T}_i}{\partial \xi} \right] \qquad i = 1, 2$$

donde $\mathcal{A}_0 = \frac{\mathcal{R}_0^2}{2}$ y $\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2$

Componentes del tensor de orientación molecular

$$\mathcal{B} \frac{\partial s_{i\,r}}{\partial \eta} = (1 - s_{i\,r}) \left[(1 + s_{i\,x}) \frac{d\mathcal{B}}{d\eta} + \frac{1}{3} \frac{\mathcal{C}(\eta)}{\mathcal{A}(\eta)\xi + \mathcal{A}_0(\eta)} \left(3 + 2\,s_{i\,r} - s_{i\,x} \right) \right] \\ - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i} \left\{ s_{i\,r} - \frac{N_i}{3} \left[(1 - s_{i\,r}) \left(s_{i\,r} + 3\,\Pi_{i,s} \right) \right] \right\} \qquad i = 1, 2$$

$$\mathcal{B} \frac{\partial s_{ix}}{\partial \eta} = (s_{ix} + 1) \left[(2 - s_{ix}) \frac{d\mathcal{B}}{d\eta} + \frac{1}{3} \frac{\mathcal{C}(\eta)}{\mathcal{A}(\eta)\xi + \mathcal{A}_0(\eta)} \left(2s_{ir} - s_{ix} \right) \right] \\ - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i} \left\{ s_{ix} - \frac{N_i}{3} \left[(s_{ix} + 1) \left(s_{ix} - 3 \Pi_{i,s} \right) \right] \right\} \qquad i = 1, 2$$

• Grado de cristalización

$$\mathcal{B} \frac{\partial \mathcal{Y}_i}{\partial \eta} = k_{Ai}(0) \exp\left(a_{2i} \mathcal{S}_i^2\right) \left(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_i\right) \qquad i = 1, 2$$

3

37 / 55

Rounguez

y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas



FIBRAS ANULARES COMPUESTAS SEMICRISTALINAS Dominio computacional. Ecuaciones bidimensionales modelo 2–D

Tesis Doctoral

Temperatura

$$\frac{\partial \hat{T}_i}{\partial \eta} = \frac{1}{Q} \frac{2}{\bar{P}_i} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\left(\frac{\mathcal{A}_0}{\mathcal{A}} + \xi \right) \frac{\partial \hat{T}_i}{\partial \xi} \right] \qquad i = 1, 2$$

donde $\mathcal{A}_0 = rac{\mathcal{R}_0^2}{2}$ y $\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2$

• Componentes del tensor de orientación molecular

$$\mathcal{B} \frac{\partial s_{ir}}{\partial \eta} = (1 - s_{ir}) \left[(1 + s_{ix}) \frac{d\mathcal{B}}{d\eta} + \frac{1}{3} \frac{\mathcal{C}(\eta)}{\mathcal{A}(\eta)\xi + \mathcal{A}_0(\eta)} \left(3 + 2s_{ir} - s_{ix} \right) \right] \\ - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i} \left\{ s_{ir} - \frac{N_i}{3} \left[(1 - s_{ir}) \left(s_{ir} + 3\Pi_{i,s} \right) \right] \right\} \qquad i = 1, 2$$

$$\mathcal{B} \frac{\partial s_{ix}}{\partial \eta} = (s_{ix} + 1) \left[(2 - s_{ix}) \frac{d\mathcal{B}}{d\eta} + \frac{1}{3} \frac{\mathcal{C}(\eta)}{\mathcal{A}(\eta)\xi + \mathcal{A}_0(\eta)} (2 s_{ir} - s_{ix}) \right] \\ - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i} \left\{ s_{ix} - \frac{N_i}{3} \left[(s_{ix} + 1) (s_{ix} - 3 \Pi_{i,s}) \right] \right\} \qquad i = 1, 2$$

• Grado de cristalización

$$\mathcal{B}\frac{\partial \mathcal{Y}_i}{\partial \eta} = k_{Ai}(0) \exp\left(a_{2i}\mathcal{S}_i^2\right)\left(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_i\right) \qquad i = 1, 2$$

37 / 55

3

1.Introducció

2.Modelado

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas



FIBRAS ANULARES COMPUESTAS SEMICRISTALINAS Dominio computacional. Ecuaciones bidimensionales modelo 2–D

Tesis Doctoral

4.Modelo 2-D

Temperatura

$$\frac{\partial \hat{T}_i}{\partial \eta} = \frac{1}{Q} \frac{2}{\bar{P}_i} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\left(\frac{\mathcal{A}_0}{\mathcal{A}} + \xi \right) \frac{\partial \hat{T}_i}{\partial \xi} \right] \qquad i = 1, 2$$

donde $\mathcal{A}_0 = rac{\mathcal{R}_0^2}{2}$ y $\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2$

• Componentes del tensor de orientación molecular

$$\mathcal{B} \frac{\partial s_{ir}}{\partial \eta} = (1 - s_{ir}) \left[(1 + s_{ix}) \frac{d\mathcal{B}}{d\eta} + \frac{1}{3} \frac{\mathcal{C}(\eta)}{\mathcal{A}(\eta)\xi + \mathcal{A}_0(\eta)} \left(3 + 2s_{ir} - s_{ix} \right) \right] \\ - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i} \left\{ s_{ir} - \frac{N_i}{3} \left[(1 - s_{ir}) \left(s_{ir} + 3 \Pi_{i,s} \right) \right] \right\} \qquad i = 1, 2$$

$$\mathcal{B} \frac{\partial s_{ix}}{\partial \eta} = (s_{ix} + 1) \left[(2 - s_{ix}) \frac{d\mathcal{B}}{d\eta} + \frac{1}{3} \frac{\mathcal{C}(\eta)}{\mathcal{A}(\eta)\xi + \mathcal{A}_0(\eta)} (2 s_{ir} - s_{ix}) \right] \\ - \frac{\phi_i}{\hat{\lambda}_i} \left\{ s_{ix} - \frac{N_i}{3} \left[(s_{ix} + 1) (s_{ix} - 3 \Pi_{i,s}) \right] \right\} \qquad i = 1, 2$$

• Grado de cristalización

$$\mathcal{B}\frac{\partial \mathcal{Y}_i}{\partial \eta} = k_{Ai}(0) \exp\left(a_{2i}\mathcal{S}_i^2\right) \left(\mathcal{Y}_{\infty,i} - \mathcal{Y}_i\right) \qquad i = 1, 2$$





Francisco José Blanco Rodríguez

- 1.Introducción y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1-D

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions



• Velocidad axial

$$\mathcal{B}(0) = \mathcal{B}_0$$
$$\mathcal{B}(1) = D_r \mathcal{B}$$

• Perfil inicial de temperatura

 $\hat{T}_i(\xi, 0) = \hat{T}_{i0}(\xi)$ i = 1, 2





Francisco José Blanco Rodríguez

- 1.Introducción y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1-D

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions



• Velocidad axial

$$\mathcal{B}(0) = \mathcal{B}_0$$
$$\mathcal{B}(1) = D_r \mathcal{B}_0$$

• Perfil inicial de temperatura

 $\hat{T}_i(\xi, 0) = \hat{T}_{i0}(\xi)$ i = 1, 2





Francisco José Blanco Rodríguez

- 1.Introducción y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1-D

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions



• Velocidad axial

$$\begin{aligned} \mathcal{B}(0) = \mathcal{B}_0 \\ \mathcal{B}(1) = D_r \mathcal{B}_0 \end{aligned}$$

• Perfil inicial de temperatura

 $\hat{T}_i(\xi, 0) = \hat{T}_{i0}(\xi)$ i = 1, 2





Francisco José Blanco Rodríguez

- 1.Introducción y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1-D

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions



• Velocidad axial

$$\begin{aligned} \mathcal{B}(0) = \mathcal{B}_0 \\ \mathcal{B}(1) = D_r \mathcal{B}_0 \end{aligned}$$

• Perfil inicial de temperatura

 $\hat{T}_i(\xi, 0) = \hat{T}_{i0}(\xi)$ i = 1, 2

• Condiciones radiales de temperatura

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{T}_1}{\partial \xi} \left(0, \eta\right) + B i_1 \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{R}_0} \hat{T}_1 \left(0, \eta\right) &= B i_1 \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{R}_0} \hat{T}_{\infty, 1} \qquad B i_1 \equiv B i \left(\frac{\hat{h}_1}{\hat{k}_1}\right) \\ \hat{T}_1 \left(\frac{Q_1}{Q}, \eta\right) &= \hat{T}_2 \left(\frac{Q_1}{Q}, \eta\right) \\ &- \hat{k}_1 \frac{\partial \hat{T}_1}{\partial \xi} \left(\frac{Q_1}{Q}, \eta\right) = - \hat{k}_2 \frac{\partial \hat{T}_2}{\partial \xi} \left(\frac{Q_1}{Q}, \eta\right) \\ &\frac{\partial \hat{T}_2}{\partial \xi} (1, \eta) + B i_2 \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{R}_2} \hat{T}_2 (1, \eta) = B i_2 \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{R}_2} \hat{T}_{\infty, 2} \end{aligned}$$



FIBRAS ANULARES COMPUESTAS SEMICRISTALINAS Temperatura promedio

Tesis Doctoral

- Francisco José Blanco Rodríguez
- 1.Introducción y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1-D

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Temperatura promedio de los chorros

$$<\hat{T}_{1}>(\eta) = \frac{Q}{Q_{1}} \int_{0}^{\frac{Q_{1}}{Q}} \hat{T}_{1}(\xi,\eta) d\xi$$
$$<\hat{T}_{2}>(\eta) = \frac{Q}{Q_{2}} \int_{\frac{Q_{1}}{Q}}^{1} \hat{T}_{2}(\xi,\eta) d\xi$$

• Ecuación de evolución de la temperatura promedio global de la fibra

$$\frac{d < \hat{T} >}{d\eta} = -\frac{St}{\hat{\rho}_1 \hat{C}_1 Q_1 + \hat{\rho}_2 \hat{C}_2 Q_2} \cdot \left[\mathcal{R}_2(\eta) \, \hat{h}_2 \left(\hat{T}_2(1,\eta) - \hat{T}_{\infty,2} \right) + \mathcal{R}_0(\eta) \, \hat{h}_1 \left(\hat{T}_1(0,\eta) - \hat{T}_{\infty,1} \right) \right]$$



FIBRAS ANULARES COMPUESTAS SEMICRISTALINAS Temperatura promedio

Tesis Doctoral

- Francisco José Blanco Rodríguez
- 1.Introducciór y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1-D

4.Modelo 2-D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Temperatura promedio de los chorros

$$< \hat{T}_1 > (\eta) = \frac{Q}{Q_1} \int_0^{\frac{Q_1}{Q}} \hat{T}_1(\xi, \eta) \, d\xi$$

$$< \hat{T}_2 > (\eta) = \frac{Q}{Q_2} \int_{\frac{Q_1}{Q}}^1 \hat{T}_2(\xi, \eta) \, d\xi$$

• Ecuación de evolución de la temperatura promedio global de la fibra

$$\frac{d < \hat{T} >}{d\eta} = -\frac{St}{\hat{\rho}_1 \hat{C}_1 Q_1 + \hat{\rho}_2 \hat{C}_2 Q_2} \cdot \left[\mathcal{R}_2(\eta) \, \hat{h}_2\left(\hat{T}_2(1,\eta) - \hat{T}_{\infty,2}\right) + \mathcal{R}_0(\eta) \, \hat{h}_1\left(\hat{T}_1(0,\eta) - \hat{T}_{\infty,1}\right) \right]$$



FIBRAS ANULARES COMPUESTAS SEMICRISTALINAS Temperatura promedio

Tesis Doctoral

- Francisco José Blanco Rodríguez
- 1.Introducciór y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1-D

4.Modelo 2-D

- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions

• Temperatura promedio de los chorros

$$<\hat{T}_{1}>(\eta) = \frac{Q}{Q_{1}} \int_{0}^{\frac{Q_{1}}{Q}} \hat{T}_{1}(\xi,\eta) d\xi$$
$$<\hat{T}_{2}>(\eta) = \frac{Q}{Q_{2}} \int_{\frac{Q_{1}}{Q}}^{1} \hat{T}_{2}(\xi,\eta) d\xi$$

• Ecuación de evolución de la temperatura promedio global de la fibra

$$\frac{d < \hat{T} >}{d\eta} = -\frac{St}{\hat{\rho}_1 \hat{C}_1 Q_1 + \hat{\rho}_2 \hat{C}_2 Q_2} \cdot \left[\mathcal{R}_2(\eta) \, \hat{h}_2 \left(\hat{T}_2 \left(1, \eta \right) - \hat{T}_{\infty, 2} \right) \right. \\ \left. + \mathcal{R}_0(\eta) \, \hat{h}_1 \left(\hat{T}_1 \left(0, \eta \right) - \hat{T}_{\infty, 1} \right) \right]$$



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

5. RESULTADOS NUMÉRICOS PARA FIBRAS COMPUESTAS



PARÁMETROS DEL PROCESO Casos estudiados

Tesis Doctoral

- Francisco José Blanco Rodríguez
- 1.Introducciór y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1-D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions

Caso	Bi	\hat{H}_1	\hat{H}_2	\bar{P}_1	\bar{P}_2	$\frac{\hat{k}_2}{\hat{k}_1}$	\hat{D}_1	\hat{D}_2
1	5	20	20	1	5	1	1	1
2	5	20	20	1	5	0.2	1	1
3	5	20	20	1	5	5	1	1
4	5	20	20	1	5	1	10	1
5	5	20	20	1	5	1	0.1	1
6	5	40	20	1	5	1	1	1
7	5	10	20	1	5	1	1	1
8	5	20	20	1	5	1	1	10
9	5	20	20	1	5	1	1	0.1
10	5	20	40	1	5	1	1	1
11	5	20	10	1	5	1	1	1
12	10	20	20	1	5	1	1	1
13	2.5	20	20	1	5	1	1	1



Condiciones de contorno

Perfiles iniciales de temperatura, orientación molecular y cristalización

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

- 1.Introducción y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1-D
- 4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Perfil radial de temperatura

$$\hat{T}(\xi,0) = \begin{cases} 1 + \Delta T \left(1 - \left(\frac{\xi}{\xi_I}\right)^2 \right) & 0 \le \xi \le \xi_I \\ 1 - \Delta T \left(\frac{\hat{k}_1}{\hat{k}_2}\right) \left(\left(\frac{\xi}{\xi_I}\right)^2 - 1 \right) & \xi_I \le \xi \le 1 \end{cases}$$

donde
$$\xi_I = \sqrt{\frac{Q_1}{Q}}$$
 y $\Delta T = 0, 1 < \left(\frac{\hat{k}_2}{\hat{k}_1}\right) \left(\frac{Q_1}{Q_2}\right)$

• Perfil radial para el parámetro orden de la orientación molecular

$$S(\xi, 0) = \begin{cases} S_{10} - \Delta S_1 \left(1 - 2 \left(\frac{\xi}{\xi_I} \right)^2 \right) & 0 \le \xi \le \xi_I \\ S_{20} + \Delta S_2 \left(1 - \frac{2}{\left(\frac{1-\xi_I}{2} \right)^2} \left(\xi - 1 \right) \left(\xi_I - \xi \right) \right) & \xi_I \le \xi \le 1 \end{cases}$$

3

42 / 55

donde $(S_{10}, \Delta S_1) = (0,25,0,10)$ and $(S_{20}, \Delta S_2) = (0,50,0,20)$

• Perfil radial para el grado de cristalización

$$\mathcal{Y}\left(\xi,0\right) = 0 \qquad 0 \le \xi \le 1$$



Condiciones de contorno

Perfiles iniciales de temperatura, orientación molecular y cristalización

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

- 1.Introducciór y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1-D
- 4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Perfil radial de temperatura

$$\hat{T}(\xi,0) = \begin{cases} 1 + \Delta T \left(1 - \left(\frac{\xi}{\xi_I}\right)^2 \right) & 0 \le \xi \le \xi_I \\ 1 - \Delta T \left(\frac{k_1}{k_2}\right) \left(\left(\frac{\xi}{\xi_I}\right)^2 - 1 \right) & \xi_I \le \xi \le 1 \end{cases}$$

donde $\xi_I = \sqrt{\frac{Q_1}{Q}}$ y $\Delta T = 0, 1 < \left(\frac{\hat{k}_2}{\hat{k}_1}\right) \left(\frac{Q_1}{Q_2}\right)$

• Perfil radial para el parámetro orden de la orientación molecular

$$S(\xi, 0) = \begin{cases} S_{10} - \Delta S_1 \left(1 - 2 \left(\frac{\xi}{\xi_I} \right)^2 \right) & 0 \le \xi \le \xi_I \\ S_{20} + \Delta S_2 \left(1 - \frac{2}{\left(\frac{1 - \xi_I}{2} \right)^2} \left(\xi - 1 \right) \left(\xi_I - \xi \right) \right) & \xi_I \le \xi \le 1 \end{cases}$$

42 / 55

donde $(S_{10},\,\Delta S_1)=(0,\!25,0,\!10)$ and $(S_{20},\,\Delta S_2)=(0,\!50,0,\!20)$

• Perfil radial para el grado de cristalización

 $\mathcal{Y}\left(\xi,0\right) = 0 \qquad 0 \le \xi \le 1$



Condiciones de contorno

Perfiles iniciales de temperatura, orientación molecular y cristalización

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

- 1.Introducciór y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1-D
- 4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

• Perfil radial de temperatura

$$\hat{T}(\xi,0) = \begin{cases} 1 + \Delta T \left(1 - \left(\frac{\xi}{\xi_I}\right)^2 \right) & 0 \le \xi \le \xi_I \\ 1 - \Delta T \left(\frac{\hat{k}_1}{\hat{k}_2}\right) \left(\left(\frac{\xi}{\xi_I}\right)^2 - 1 \right) & \xi_I \le \xi \le 1 \end{cases}$$

donde $\xi_I = \sqrt{\frac{Q_1}{Q}}$ y $\Delta T = 0, 1 < \left(\frac{\hat{k}_2}{\hat{k}_1}\right) \left(\frac{Q_1}{Q_2}\right)$

• Perfil radial para el parámetro orden de la orientación molecular

$$S(\xi, 0) = \begin{cases} S_{10} - \Delta S_1 \left(1 - 2 \left(\frac{\xi}{\xi_I} \right)^2 \right) & 0 \le \xi \le \xi_I \\ S_{20} + \Delta S_2 \left(1 - \frac{2}{\left(\frac{1 - \xi_I}{2} \right)^2} \left(\xi - 1 \right) \left(\xi_I - \xi \right) \right) & \xi_I \le \xi \le 1 \end{cases}$$

42 / 55

donde $(S_{10}, \Delta S_1) = (0,25,0,10)$ and $(S_{20}, \Delta S_2) = (0,50,0,20)$

• Perfil radial para el grado de cristalización

 $\mathcal{Y}\left(\xi,0\right) = 0 \qquad 0 \le \xi \le 1$



RESULTADOS BIDIMENSIONALES Caso 1

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

- 1.Introducció y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1-D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions



<ロト < 団 > < 臣 > < 臣 > 王 の Q () 43 / 55



DISTRIBUCIONES AXIALES Caso 1



Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducció y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–E

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions





RESULTADOS BIDIMENSIONALES Caso 2

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducció y objetivos 2 Modelado

matemático

3.Modelo 1–D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions








RESULTADOS BIDIMENSIONALES Caso 3

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

- 1.Introducció y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1-D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras <u>com</u>puestas
- 6.Conclusions



<ロ> < (日)、< (H)、< (H)、< (H)、< (H)、< (H)、< (H)、< (H)、< (H)、< (H)、< (H), < (H), <



DISTRIBUCIONES RADIALES Temperatura

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducció y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-I

4.Modelo 2–E

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions









DISTRIBUCIONES RADIALES Parámetro de orden de la orientación molecular

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducció y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions



1



Resultados promediados

Variación de la energía de activación, \hat{H}_1 , de la viscosidad dinámica del núcleo



1.Introducció y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–C

4.Modelo 2–E

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions



< □ ▶ < ॑ः ▶ < ॆ ▶ < ॆ ▶ < ॆ ▶ < ॆ ▶ < ` > २ ♥ २ ♥ < 49 / 55



COMPARACIÓN DE MODELOS Modelo 1–D vs. Modelo 2–D

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducció y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–C

4.Modelo 2–I

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions



<ロ > < (日 > < (日 > < (日 >) < (I =)



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducció y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

6. CONCLUSIONS



- Francisco José Blanco Rodríguez
- 1.Introducción y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1–D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions

- ① The two-dimensional model presented is really a **hybrid model**.
- 2 Integro–differential type model; its results highly dependent on \hat{D}_i and \hat{H}_i .
- 3 Temperature non-uniformities exist even for small Biot numbers.
- Good qualitative agreement between the 1–D and 2–D models.
- **6** Crystallization of the compound fibres is mostly affected by thermal effects rather than by FIC.
- **6** Solidification of the compound fibres is mainly due to the increase in dynamic viscosity.



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

- 1.Introducción y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1–D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions

1 The two-dimensional model presented is really a **hybrid model**.

- 2 Integro-differential type model; its results highly dependent on \hat{D}_i and \hat{H}_i .
- 3 Temperature non-uniformities exist even for small Biot numbers.
- Good qualitative agreement between the 1–D and 2–D models.
- **6** Crystallization of the compound fibres is mostly affected by thermal effects rather than by FIC.
- **6** Solidification of the compound fibres is mainly due to the increase in dynamic viscosity.



- Francisco José Blanco Rodríguez
- 1.Introducción y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1-D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions

- **()** The two-dimensional model presented is really a **hybrid model**.
- **2** Integro-differential type model; its results highly dependent on \hat{D}_i and \hat{H}_i .
- 3 Temperature non-uniformities exist even for small Biot numbers.
- Good qualitative agreement between the 1–D and 2–D models.
- **6** Crystallization of the compound fibres is mostly affected by thermal effects rather than by FIC.
- **6** Solidification of the compound fibres is mainly due to the increase in dynamic viscosity.



- Francisco José Blanco Rodríguez
- 1.Introducción y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1–D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions

- **()** The two-dimensional model presented is really a **hybrid model**.
- **2** Integro-differential type model; its results highly dependent on \hat{D}_i and \hat{H}_i .
- **3** Temperature non-uniformities exist even for small Biot numbers.
 - **Good qualitative agreement** between the 1–D and 2–D models.
- **6** Crystallization of the compound fibres is mostly affected by thermal effects rather than by FIC.
- **6** Solidification of the compound fibres is mainly due to the increase in dynamic viscosity.



- Francisco José Blanco Rodríguez
- 1.Introducción y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1–D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions

- **()** The two-dimensional model presented is really a **hybrid model**.
- **2** Integro-differential type model; its results highly dependent on \hat{D}_i and \hat{H}_i .
- **3 Temperature non–uniformities** exist even for small Biot numbers.
- **Good qualitative agreement** between the 1–D and 2–D models.
- **6** Crystallization of the compound fibres is mostly affected by thermal effects rather than by FIC.
- **6** Solidification of the compound fibres is mainly due to the increase in dynamic viscosity.



- Francisco José Blanco Rodríguez
- 1.Introducción y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1–D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions

- **()** The two-dimensional model presented is really a **hybrid model**.
- **2** Integro-differential type model; its results highly dependent on \hat{D}_i and \hat{H}_i .
- **3 Temperature non–uniformities** exist even for small Biot numbers.
- **Good qualitative agreement** between the 1–D and 2–D models.
- **6** Crystallization of the compound fibres is mostly affected by thermal effects rather than by FIC.
- **6** Solidification of the compound fibres is mainly due to the increase in dynamic viscosity.



- Francisco José Blanco Rodríguez
- 1.Introducción y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1–D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions

- **()** The two-dimensional model presented is really a **hybrid model**.
- **2** Integro-differential type model; its results highly dependent on \hat{D}_i and \hat{H}_i .
- **3 Temperature non–uniformities** exist even for small Biot numbers.
- **Good qualitative agreement** between the 1–D and 2–D models.
- **O** Crystallization of the compound fibres is mostly affected by thermal effects rather than by FIC.
- **6** Solidification of the compound fibres is mainly due to the increase in dynamic viscosity.



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

- 1.Introducciór y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1-D
- 4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

- Extension of the existing one-dimensional model using a diagonal and traceless tensor for the molecular orientation.
- (2) Numerical implementation of the above model using MATLAB^(R).
- 3 Development of a hybrid two-dimensional model based on the one-dimensional equations for geometry and axial velocity.
- Implementation on MATLAB[®] of an iterative FDM based on a mapping transformation.
- Obtermining the most influential parameters on the melt spinning process by an extensive parametric study.
- 6 Comparison extensively between the results of both models:
 - Same qualitative trends.
 - Different (one-sign vs. two-sign) curvature velocity profile, under certain conditions.
 - Large differences may exist near the maximum swell section.
 - Non-uniformities temperature profile at the take-up point predicted by the 2-D model.

イロト イポト イヨト イヨト



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

Extension of the existing one-dimensional model using a diagonal and traceless tensor for the molecular orientation.

2) Numerical implementation of the above model using MATLAB $^{(\!R\!)}$.

- Development of a hybrid two-dimensional model based on the one-dimensional equations for geometry and axial velocity.
- Implementation on MATLAB[®] of an iterative FDM based on a mapping transformation.
- Obtermining the most influential parameters on the melt spinning process by an extensive parametric study.
- 6 Comparison extensively between the results of both models:
 - Same qualitative trends.
 - Different (one-sign vs. two-sign) curvature velocity profile, under certain conditions.
 - Large differences may exist near the maximum swell section.
 - Non-uniformities temperature profile at the take-up point predicted by the 2-D model.



Tesis Doctoral

- Francisco José Blanco Rodríguez
- 1.Introducción y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1–D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions

Extension of the existing one-dimensional model using a diagonal and traceless tensor for the molecular orientation.

2 Numerical implementation of the above model using $MATLAB^{\mathbb{R}}$.

- 3 Development of a hybrid two-dimensional model based on the one-dimensional equations for geometry and axial velocity.
- Implementation on MATLAB[®] of an iterative FDM based on a mapping transformation.
- Determining the most influential parameters on the melt spinning process by an extensive parametric study.
- 6 Comparison extensively between the results of both models:
 - Same qualitative trends.
 - Different (one-sign vs. two-sign) curvature velocity profile, under certain conditions.
 - Large differences may exist near the maximum swell section.
 - Non-uniformities temperature profile at the take-up point predicted by the 2-D model.



- Francisco José Blanco Rodríguez
- 1.Introducción y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1-D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions

- Extension of the existing one-dimensional model using a diagonal and traceless tensor for the molecular orientation.
- **2** Numerical implementation of the above model using $MATLAB^{\mathbb{R}}$.
- Oevelopment of a hybrid two-dimensional model based on the one-dimensional equations for geometry and axial velocity.
- Implementation on MATLAB[®] of an iterative FDM based on a mapping transformation.
- Determining the most influential parameters on the melt spinning process by an extensive parametric study.
- 6 Comparison extensively between the results of both models:
 - Same qualitative trends.
 - Different (one-sign vs. two-sign) curvature velocity profile, under certain conditions.
 - Large differences may exist near the maximum swell section.
 - Non-uniformities temperature profile at the take-up point predicted by the 2-D model.



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

- Extension of the existing one-dimensional model using a diagonal and traceless tensor for the molecular orientation.
- 2 Numerical implementation of the above model using MATLAB[®].
- Oevelopment of a hybrid two-dimensional model based on the one-dimensional equations for geometry and axial velocity.
- Implementation on MATLAB[®] of an iterative FDM based on a mapping transformation.
- Determining the most influential parameters on the melt spinning process by an extensive parametric study.
- 6 Comparison extensively between the results of both models:
 - Same qualitative trends.
 - Different (one-sign vs. two-sign) curvature velocity profile, under certain conditions.
 - Large differences may exist near the maximum swell section.
 - Non-uniformities temperature profile at the take-up point predicted by the 2-D model.



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

- Extension of the existing one-dimensional model using a diagonal and traceless tensor for the molecular orientation.
- 2 Numerical implementation of the above model using MATLAB[®].
- Oevelopment of a hybrid two-dimensional model based on the one-dimensional equations for geometry and axial velocity.
- Implementation on MATLAB[®] of an iterative FDM based on a mapping transformation.
- **(**) Determining the most influential parameters on the melt spinning process by an extensive parametric study.

6 Comparison extensively between the results of both models:

Same qualitative trends.

- Different (one-sign vs. two-sign) curvature velocity profile, under certain conditions.
- Large differences may exist near the maximum swell section.
- Non-uniformities temperature profile at the take-up point predicted by the 2-D model.



- Francisco José Blanco Rodríguez
- 1.Introducción y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1–D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions

- Extension of the existing one-dimensional model using a diagonal and traceless tensor for the molecular orientation.
- 2 Numerical implementation of the above model using MATLAB[®].
- Oevelopment of a hybrid two-dimensional model based on the one-dimensional equations for geometry and axial velocity.
- Implementation on MATLAB[®] of an iterative FDM based on a mapping transformation.
- **(**) Determining the most influential parameters on the melt spinning process by an extensive parametric study.
- 6 Comparison extensively between the results of both models:
 - Same qualitative trends.
 - Different (one-sign vs. two-sign) curvature velocity profile, under certain conditions.
 - Large differences may exist near the maximum swell section.
 - Non-uniformities temperature profile at the take-up point predicted by the 2-D model.



Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducciór y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1–D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

- Development of a fully two-dimensional model of the melt spinning of non-isothermal single-component single-phase semi-crystalline jets.
- Development of a fully two-dimensional model of the melt spinning of non-isothermal bi-component solid and hollow compound single-phase semi-crystalline jets.
- Improvement the model by accounting for the effect of air drag and latent heat of crystallization. Not important for moderate draw ratios.
- Development and validation of a symmetric but non-diagonal molecular orientation tensor.



- Francisco José Blanco Rodríguez
- 1.Introducción y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1–D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions

- Development of a fully two-dimensional model of the melt spinning of non-isothermal single-component single-phase semi-crystalline jets.
- 2 Development of a fully two-dimensional model of the melt spinning of non-isothermal bi-component solid and hollow compound single-phase semi-crystalline jets.
- Improvement the model by accounting for the effect of air drag and latent heat of crystallization. Not important for moderate draw ratios.
- Development and validation of a symmetric but non-diagonal molecular orientation tensor.



- Francisco José Blanco Rodríguez
- 1.Introducción y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1–D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions

- Development of a fully two-dimensional model of the melt spinning of non-isothermal single-component single-phase semi-crystalline jets.
- Oevelopment of a fully two-dimensional model of the melt spinning of non-isothermal bi-component solid and hollow compound single-phase semi-crystalline jets.
- Improvement the model by accounting for the effect of air drag and latent heat of crystallization. Not important for moderate draw ratios.
- Overlaps of the symmetry of a symmetry of a symmetry of a symmetry of the s



- Francisco José Blanco Rodríguez
- 1.Introducción y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1–D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions

- Development of a fully two-dimensional model of the melt spinning of non-isothermal single-component single-phase semi-crystalline jets.
- Overlappe Provide the spinning of non-isothermal bi-component solid and hollow compound single-phase semi-crystalline jets.
- Improvement the model by accounting for the effect of air drag and latent heat of crystallization. Not important for moderate draw ratios.
- Development and validation of a symmetric but non-diagonal molecular orientation tensor.



- Francisco José Blanco Rodríguez
- 1.Introducción y objetivos
- 2.Modelado matemático
- 3.Modelo 1–D
- 4.Modelo 2–D
- 5.Resultados para fibras compuestas
- 6.Conclusions

- Development of a fully two-dimensional model of the melt spinning of non-isothermal single-component single-phase semi-crystalline jets.
- Oevelopment of a fully two-dimensional model of the melt spinning of non-isothermal bi-component solid and hollow compound single-phase semi-crystalline jets.
- Improvement the model by accounting for the effect of air drag and latent heat of crystallization. Not important for moderate draw ratios.
- Overlap Development and validation of a symmetric but non-diagonal molecular orientation tensor.



ACERCA DE...

Tesis Doctoral

Francisco José Blanco Rodríguez

1.Introducción y objetivos

2.Modelado matemático

3.Modelo 1-D

4.Modelo 2–D

5.Resultados para fibras compuestas

6.Conclusions

Francisco José Blanco Rodriguez e-mail: fjblanco@lcc.uma.es website: http://www.lcc.uma.es/~fjblanco Documento creado con la clase BEAMER del procesador de texto \UTFX.

GRACIAS POR SU ATENCIÓN

◆□ → < □ → < □ → < □ → < □ → < □ → < □ → < □ → < □ → < □ → < ○ < ○ </p>