E.T.S.I. Informática. Extraordinario de Setiembre 2010

Lenguajes de Programación (tercer curso)

APELLIDOS: ______________________

NOMBRE: ______________________

	1	2	3	4	5	6	total
PUNTOS:	1.5	1.0	1.0	2.5	2.0	2.0	10.0

---

1 Consideremos la lógica de Hoare con las reglas $(nada), (:=), (ref), (;), (si)$. Prueba la siguiente propiedad

$$\text{Si } \vdash_{\mathcal{H}} \{P\}S;T\{Q\}, \text{ entonces existe un predicado } I \text{ tal } \vdash_{\mathcal{H}} \{P\}S\{I\}$$

Para probar la implicación anterior utilizaré la técnica ...

---

2 Sea $\mathcal{B}$ el cálculo obtenido al eliminar la regla $(:=)$. Completa y justifica o demuestra la propiedad:

$$\vdash_{\mathcal{B}} \{P\}S\{Q\} \qquad \Rightarrow \qquad [P \boxed{\ ?\ } Q]$$

$\boxed{\mathbf{3}}$ Enuncia el Teorema de los Contadores Generalizados:

$\boxed{\mathbf{4}}$ Pretendemos demostrar que el siguiente programa computa la mediana $med(Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5)$ de los datos $Q_1, \ldots, Q_5$, perteneciendo éstos a una estructura $\mathcal{D}$ con una relación de orden total:

$$
\begin{array}{ll}
 & q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 := Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5; \\
*[\![& q_1 > q_3 \rightarrow q_3, q_1 := q_1, q_3 \\
\square & q_2 > q_3 \rightarrow q_3, q_2 := q_2, q_3 \\
\square & q_3 > q_4 \rightarrow q_3, q_4 := q_4, q_3 \\
\square & q_3 > q_5 \rightarrow q_3, q_5 := q_5, q_3 \,]\!] \, \{q_3 = med(Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5)\}
\end{array}
$$

Prueba que, para el invariante $\boxed{I \doteq ...}$
la tupla/función $t \doteq (q_2, q_1, q_3, q_5, q_4)$ es un contador sobre el espacio $\mathcal{D}^5$, para el conjunto bien construido $\boxed{\mathcal{C} \doteq ...}$

Y finalmente, aplica el Teorema de los Contadores para concluir que el programa calcula la mediana con $\boxed{\text{un máximo de}}$ intercambios.

Apellidos: ____________________

Nombre: ____________________

5 Siendo y una variable entera, sea el bucle $\mathcal{R} \doteq *[\![\, y > 0 \rightarrow y := y - 1; desastre \,]\!]$. Utilizando la semántica en TPF, interpreta y prueba la equivalencia $[\mathcal{R}.X \equiv y \leq 0 \wedge X]$, donde, $ptle$, $desatre.Z \ \doteq\ [Z]$.

$\boxed{\mathbf{6}}$ Sea el procedimiento recursivo

$$\begin{aligned} m = [\![\quad & i > 0 \rightarrow i := i+1 \\ & i \leq 0 \rightarrow i := i+1; m; i := i+3 \,]\!] \end{aligned}$$

Utilizando la semántica de los procedimientos vía puntos fijos, demuestra $\{i = -5\}m\{i = 20\}$. Para ello usa y demuestra (por inducción sobre k) la siguiente equivalencia

$$\forall k : k \in \mathbb{N} : [i = -k+1 \wedge m.Z \qquad \equiv \qquad i = -k+1 \wedge i := 2+3k.Z]$$