

PUNTOS:

1	2	3	4	5	6	total
1.5	1.0	1.0	2.5	2.0	2.0	10.0

---

**1** Consideremos la lógica de Hoare con las reglas (*nada*), (*:=*), (*ref*), (*;*), (*si*). Prueba la siguiente propiedad

Si  $\vdash_{\mathcal{H}} \{P\}S;T\{Q\}$ , entonces existe un predicado  $I$  tal  $\vdash_{\mathcal{H}} \{P\}S\{I\}$

*Para probar la implicación anterior utilizaré la técnica ...*

---

**2** Sea  $\mathcal{B}$  el cálculo obtenido al eliminar la regla (*:=*). Completa y justifica o demuestra la propiedad:

$$\vdash_{\mathcal{B}} \{P\}S\{Q\} \quad \Rightarrow \quad [P \boxed{?} Q]$$

**3** Enuncia el Teorema de los Contadores Generalizados:

**4** Pretendemos demostrar que el siguiente programa computa la mediana  $med(Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5)$  de los datos  $Q_1, \dots, Q_5$ , perteneciendo éstos a una estructura  $\mathcal{D}$  con una relación de orden total:

$q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 := Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5;$

\*[[  $q_1 > q_3 \rightarrow q_3, q_1 := q_1, q_3$

□  $q_2 > q_3 \rightarrow q_3, q_2 := q_2, q_3$

□  $q_3 > q_4 \rightarrow q_3, q_4 := q_4, q_3$

□  $q_3 > q_5 \rightarrow q_3, q_5 := q_5, q_3$  ]]  $\{q_3 = med(Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5)\}$

Prueba que, para el invariante  $I \doteq \dots$

la tupla/función  $t \doteq (q_2, q_1, q_3, q_5, q_4)$  es un contador sobre el espacio  $\mathcal{D}^5$ , para el conjunto bien construido

$\mathcal{C} \doteq \dots$

Y finalmente, aplica el Teorema de los Contadores para concluir que el programa calcula la mediana con un máximo de  $\dots$  intercambios.

APELLIDOS: \_\_\_\_\_

NOMBRE: \_\_\_\_\_

---

**5** Siendo  $y$  una variable entera, sea el bucle  $\mathcal{R} \doteq *[[y > 0 \rightarrow y := y - 1; \text{desastre}]]$ . Utilizando la semántica en TPF, interpreta y prueba la equivalencia  $[\mathcal{R}.X \equiv y \leq 0 \wedge X]$ , donde,  $\text{ptle}, \text{desatre}.Z \doteq [Z]$ .

**6** Sea el procedimiento recursivo

$$m = \llbracket \begin{array}{l} i > 0 \rightarrow i := i + 1 \\ i \leq 0 \rightarrow i := i + 1; m; i := i + 3 \end{array} \rrbracket$$

Utilizando la semántica de los procedimientos vía puntos fijos, demuestra  $\{i = -5\}m\{i = 20\}$ . Para ello usa y demuestra (por inducción sobre  $k$ ) la siguiente equivalencia

$$\forall k : k \in \mathbb{N} : [i = -k + 1 \wedge m.Z \quad \equiv \quad i = -k + 1 \wedge i := 2 + 3k.Z]$$