

1	2	3	4	Total
2 + 1 + 2	1 + 2	1 + 1 + 2	4	16.0

Aprobado $\doteq cal \geq 7$

1 Para el lenguaje sin bucles: $S ::= x := E \mid nada \mid S_1; S_2 \mid \llbracket b_1 \rightarrow S_1 \square b_2 \rightarrow S_2 \rrbracket$ consideremos el cálculo de Hoare asociado con las reglas (*ref*), (*:=*), (*nada*) y (*;*) habituales, y la siguiente regla para la selectiva indeterminista:

$$\frac{[P \Rightarrow b_1 \vee b_2] \quad \{P \wedge b_1\} S_1 \{R\} \quad \{P \wedge b_2\} S_2 \{R\}}{\{P\} \llbracket b_1 \rightarrow S_1 \square b_2 \rightarrow S_2 \rrbracket \{R\}} \quad (si)$$

(A) Prueba, por inducción sobre las derivaciones, la siguiente propiedad:

$$\text{Si } \vdash_{\mathcal{H}} \{P\} x := E \{Q\} \text{ entonces } [P \Rightarrow x := E.Q]$$

(B) Aplica lo anterior para demostrar que el triplete $\{Cierito\} x := 1 \{x = 2\}$ NO ES INFERIBLE en \mathcal{H} .

(C) Si \mathcal{B} es el cálculo obtenido al eliminar la regla (*:=*), prueba que entonces todas las sentencias son operativamente equivalentes a la sentencia *nada*; es decir:

$$\text{Si } \vdash_{\mathcal{B}} \{P\} S \{Q\} \text{ entonces } [P \Rightarrow Q]$$

2 Siendo A, B, x e y constantes y variables enteras, sea el programa:

$\{A, B > 0\}$

$x, y := A, B;$

*[[$x > y \rightarrow x := x - y$

□ $x < y \rightarrow x, y := y, x$]]

(A) ¿Porqué las siguientes funciones no son contadores enteros $t_1 \doteq |x - y|$ $t_2 \doteq x^y$?

(B) Prueba la terminación del programa anterior a través del teorema de los contadores enteros. (AYUDA: Busca un contador entero de la forma $t \doteq \alpha x + \beta y$, relativo al invariante $I \doteq x, y > 0$.)

3 Sea el bucle $\mathcal{R} \doteq *[[b \rightarrow S]]$, de forma que el cuerpo satisface $[S.b \equiv b]$.

(A) ¿Qué significa la ecuación $[S.b \equiv b]$? Y en ese caso ¿cómo debe comportarse el bucle?

(B) Escribe una sentencia S indeterminista verificando $[S.b \equiv b]$

(C) Utilizando la semántica en términos de puntos fijos de los bucles, prueba que $[\mathcal{R}.Cierto \equiv \neg b]$.

4 Sea el procedimiento (donde z es una variable entera declarada en forma global):

$$mul = \{x, y : \in \mathbb{Z} \rightarrow \begin{array}{l} x = 0 \rightarrow z := 0 \\ \square \quad x \neq 0 \rightarrow mul(x - 1, y); z := z + y \end{array}\}$$

Prueba $\forall a, b : a \in \mathbb{N} \wedge b \in \mathbb{Z} : [mul(a, b). (z = ab)]$
