E.T.S.I. Informática. 9 de Febrero de 2007

Lenguajes de Programación (tercer curso)

APELLIDOS: ______________________

NOMBRE: ______________________

1	2	3	4	5	N

☐ si
☐ no
} deseo que se publique mi calificación

[Todo: $\boxed{2,3,4,5}$; 1º parcial: $\boxed{1}$, 2º parc.: $\boxed{2}$
3º parc.: $\boxed{3}$, 4º parc.: $\boxed{5,6}$]

---

1 Interpreta la siguiente propiedad $(*)$ y demuéstrala vía la semántica de Dijkstra:

$$\{P\}S\{Q\} \wedge [Q \equiv Falso] \qquad \Rightarrow \qquad [P \equiv Falso] \tag{$*$}$$

---

2 Sea $\mathcal{D}$ un conjunto con una relación de orden total $<$. Queremos probar que es posible calcular el segundo mayor ($\mathcal{SM}$) de 4 valores Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 del conjunto $\mathcal{D}$ realizando un máximo de 5 intercambios vía el programa:

$$
\begin{array}{ll}
 & q_1, q_2, q_3, q_4 := Q_1, Q_2, Q_3, Q_4; \\
*[\![& q_1 > q_3 \to q_1, q_3 := q_3, q_1 \\
\Box & q_2 > q_3 \to q_2, q_3 := q_3, q_2 \\
\Box & q_3 > q_4 \to q_3, q_4 := q_4, q_3 \,]\!]\, \{q_3 = \mathcal{SM}\}
\end{array}
$$

A Prueba en primer lugar que la función $t \doteq \delta_{1,3} + \delta_{2,3} + \delta_{1,4} + \delta_{2,4} + \delta_{3,4}$ es un contador entero, siendo $\delta_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{si } q_i > q_j \\ 0, & \text{si } q_i \leq q_j \end{cases}$

$\boxed{\mathbf{B}}$ Usa el *Teorema de los Contadores enteros* (TCE) para concluir que el programa calcula $\mathcal{SM}$ con un máximo de 5 intercambios, pero, en general, no lo puede hacer con un número menor de intercambios; concluye de esto que t es el *mejor* contador. (AYUDA.- (1) Prueba que cierto predicado I es un invariante, y aplica el TCE para probar que el programa termina. (2) Da una cota del número de intercambios a partir del mayor valor del contador. (3) Toma por ejemplo $\mathcal{D} \doteq \mathbb{N}$, y prueba que para el conjunto de valores $(Q_1, Q_2, Q_3, Q_4) = (3, 4, 2, 1)$, existe una ejecución del bucle que realiza exactamente 5 intercambios).

$\boxed{\mathbf{3}}$ Interpreta la siguiente propiedad $(*)$ y prueba que es cierta dentro de la lógica de Hoare estándar.

$$\{P\}S\{Q\} \wedge [Q \equiv Falso] \qquad \Rightarrow \qquad [P \equiv Falso] \qquad (*)$$

$\boxed{SOL}$ La interpretación es ...

$\boxed{SOL}$ *Ahora probaremos* $(*)$ *por inducción sobre ...*

$\boxed{\mathbf{4}}$ Demuestra que la tupla $t \doteq (q_1, q_2, q_3, q_4)$ es un contador generalizado, y usa el Teorema de los Contadores Generalizados para probar que el bucle termina siempre.

$\boxed{SOL}$ El *Teorema de los Contadores Generalizados* se enuncia en la forma siguiente:

$\boxed{\mathbf{5}}$ Sea el procedimiento recursivo

$$m = [\![\quad i > 10 \rightarrow i := i - 1 \\ \qquad\quad i \leq 10 \rightarrow i := i + 2; m\,]\!]$$

$\boxed{\mathbf{A}}$ Traza una llamada al procedimiento m para los valores iniciales de $i = 12, 11, 10, 9, 8, 7, \ldots$. ¿Qué puedes conjeturar sobre el comportamiento de m para estos valores?

$\boxed{\mathbf{B}}$ Utilizando la semántica de los procedimientos vía puntos fijos, prueba, por inducción sobre k, que para todo predicado Z se satisface:

$$\forall k : k \leq 6 : \qquad [\ i = 2k \wedge m.Z \qquad \equiv \qquad i = 2k \wedge i := 11.Z\ ]$$

y concluye el triplete $\{i = -100\}m\{i = 11\}$

$\boxed{\mathbf{C}}$ Si cambiamos la sentencia $i := i + 2$ por la sentencia $i := i + 5$, ¿qué comportamiento se espera de m?

Completa el triplete $\{i = -97\}m\{i = \ldots\}$