E.T.S.I. Informática. Ordinario de Febrero 2006

Lenguajes de Programación (tercer curso)

APELLIDOS: ______________________

NOMBRE: ______________________

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3.0	2.0	5.0	3.0	1.0	2.0	2.0	2.0	4.0	2.0	4.0

□ si
□ no } deseo que se publique mi calificación

---

1 Calcula el predicado $[\![\, z > x \to z := x \;\square\; z \le x \to \mathit{nada} \,]\!] .(z \le x)$, e interpreta el resultado obtenido.

---

2 Interpreta la siguiente propiedad:

$$\{P\}S;T\{Q\} \qquad \Rightarrow \qquad \{P\}S\{\mathit{Cierto}\} \qquad (*)$$

---

3 Prueba la propiedad $(*)$ vía la semántica de Dijkstra.

---

4 Prueba la propiedad $(*)$ para la lógica de Hoare estándar.

$\boxed{SOL}$ *Utilizaré como herramienta inducción sobre ...*

$\boxed{\mathbf{5}}$ El siguiente programa calcula el mínimo $\mathcal{M}in$ y el máximo $\mathcal{M}ax$ de 4 valores Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 pertenecientes a un conjunto $\mathcal{D}$ con una relación de orden total:

$$
\begin{array}{ll}
 & q_1, q_2, q_3, q_4 := Q_1, Q_2, Q_3, Q_4; \\
*[\![& q_1 > q_2 \rightarrow q_1, q_2 := q_2, q_1 \\
\Box & q_1 > q_3 \rightarrow q_1, q_3 := q_3, q_1 \\
\Box & q_4 < q_2 \rightarrow q_2, q_4 := q_4, q_2 \\
\Box & q_4 < q_3 \rightarrow q_3, q_4 := q_4, q_3 \,]\!]\, \{q_1 = \mathcal{M}in \wedge q_4 = \mathcal{M}ax\}
\end{array}
$$

Prueba que la corrección del programa puede obtenerse a través del *Teorema de los contadores enteros* si tomamos un invariante adecuado.

$\boxed{SOL}$ Basta considerar como invariante $I \doteq \ldots$

$\boxed{\mathbf{6}}$ Demuestra que $t \doteq \delta_{1,2} + \delta_{1,3} + \delta_{1,4} + \delta_{2,4} + \delta_{3,4}$ es un contador entero, donde $\delta_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{si } q_i > q_j \\ 0, & \text{si } q_i \leq q_j \end{cases}$

$\boxed{\mathbf{7}}$ Usa el *Teorema de los Contadores enteros* para concluir que el programa calcula $\mathcal{M}in$ y $\mathcal{M}ax$ con un máximo de 5 intercambios, pero, en general, no lo puede hacer con un número menor de intercambios, de donde t es el *mejor* contador.

$\boxed{\mathbf{8}}$ Generaliza lo anterior para demostrar que es posible calcular el máximo y el mínimo de N datos con un máximo de $2N-3$ intercambios.

$\boxed{\mathbf{9}}$ Demuestra que la tupla $t \doteq (q_1, q_2, q_3, q_4)$ es un contador generalizado, y usa el Teorema de los Contadores Generalizados para probar que el bucle termina siempre.

$\boxed{SOL}$ El *Teorema de los Contadores Generalizados* se enuncia en la forma siguiente:

Sea el procedimiento recursivo

$$m = [\![\quad i > 10 \rightarrow i := i - 1 \\ \quad i \leq 10 \rightarrow i := i + 1; m\,]\!]$$

$\boxed{\mathbf{10}}$ Traza una llamada al procedimiento m para los valores iniciales de $i = 10, 9, 8, \ldots$. ¿Qué puedes conjeturar sobre el comportamiento de m para estos valores?

$\boxed{\mathbf{11}}$ Utilizando la semántica de los procedimientos vía puntos fijos, prueba, por inducción sobre k, que para todo predicado Z se satisface:

$$\forall k : k \leq 11 : \qquad [\; i = k \wedge m.Z \qquad \equiv \qquad i = k \wedge i := 10.Z \;]$$

y concluye el triplete $\{i = -101\} m \{i = 10\}$