E.T.S.I. Informática. Examen Extraordinario, Diciembre de 2010

Lenguajes de Programación (tercer curso)

APELLIDOS: ____________________

NOMBRE: ____________________

1	*2*	*3*	*4*	Total
2 + 1 + 2	1 + 2	1 + 1 + 2	4	16.0

`Aprobado` $\doteq$ $cal \geq 7$

$\boxed{\mathbf{1}}$ Para el lenguaje sin bucles: $S ::= \quad x := E \mid nada \mid S_1; S_2 \mid [\![\, b_1 \to S_1 \,\square\, b_2 \to S_2 \,]\!]$ consideremos el cálculo de Hoare asociado con las reglas (ref), $(:=)$, $(nada)$ y $(;)$ habituales, y la siguiente regla para la selectiva indeterminista:

$$\frac{[P \;\Rightarrow\; b_1 \vee b_2] \qquad \{P \wedge b_1\}S_1\{R\} \qquad \{P \wedge b_2\}S_2\{R\}}{\{P\}[\![\, b_1 \to S_1 \,\square\, b_2 \to S_2 \,]\!]\{R\}} \qquad (si)$$

(A) Prueba, por inducción sobre las derivaciones, la siguiente propiedad:

Si $\vdash_{\mathcal{H}} \{P\}x := E\{Q\}$ entonces $[P \;\Rightarrow\; x := E.Q]$

(B) Aplica lo anterior para demostrar que el triplete $\{Cierto\}x := 1\{x = 2\}$ NO ES INFERIBLE en $\mathcal{H}$.

(C) Si $\mathcal{B}$ es el cálculo obtenido al eliminar la regla $(:=)$, prueba que entonces todas las sentencias son operacionalmente equivalentes a la sentencia $nada$; es decir:

Si $\vdash_{\mathcal{B}} \{P\}S\{Q\}$ entonces $[P \;\Rightarrow\; Q]$

$\boxed{\mathbf{2}}$ Siendo A, B, x e y constantes y variables enteras, sea el programa:

$$\{A, B > 0\}$$
$$x, y := A, B;$$
$$*[\![\quad x > y \rightarrow x := x - y$$
$$\Box \quad x < y \rightarrow x, y := y, x \,]\!]$$

(A) ¿Porqué las siguientes funciones no son contadores enteros $\quad t_1 \doteq |x - y| \qquad t_2 \doteq x^y \quad$?

(B) Prueba la terminación del programa anterior a través del teorema de los contadores enteros. (AYUDA: Busca un contador entero de la forma $t \doteq \alpha x + \beta y$, relativo al invariante $I \doteq x, y > 0$.)

APELLIDOS: ______________ ______________ NOMBRE: ______________

$\boxed{\mathbf{3}}$ Sea el bucle $\mathcal{R} \doteq *[\![\, b \rightarrow S \,]\!]$, de forma que el cuerpo satisface $[S.b \equiv b]$.

(A) ¿Qué significa la ecuación $[S.b \equiv b]$? Y en ese caso ¿cómo debe comportarse el bucle?

(B) Escribe una sentencia S indeterminista verificando $[S.b \equiv b]$

(C) Utilizando la semántica en términos de puntos fijos de los bucles, prueba que $[\mathcal{R}.Cierto \equiv \neg b]$.

$\boxed{\textbf{4}}$ Sea el procedimiento (donde z es una variable entera declarada en forma global):

$$
\begin{array}{lll}
mul = \{x, y :\in \mathbb{Z} \rightarrow [\![& & x = 0 \rightarrow z := 0 \\
& \Box & x \neq 0 \rightarrow mul(x-1, y); z := z + y\,]\!]
\end{array}
$$

Prueba $\forall a, b : a \in \mathbb{N} \wedge b \in \mathbb{Z} : [\ mul(a, b).(z = ab)\ ]$