

	1	2	3	4	5	total
PUNTOS:	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	10

1 Consideremos la lógica de Hoare \mathcal{LH} con selecciones indeterministas y la regla:

$$\frac{\{b\}S\{Y\} \quad \{b'\}S'\{Y\}}{\{b \vee b'\} \llbracket b \rightarrow S \square b' \rightarrow S' \rrbracket \{Y\}} \quad (si)$$

Prueba la propiedad $\{P\}SI\{Q\} \Rightarrow^{\diamond} \{P\}x := 1\{Q\}$ utilizando como técnica inducción sobre las derivaciones.

2 Enuncia y prueba el Teorema de Invariantes utilizando la semántica de los bucles en términos de puntos fijos.

3 Sea el bucle $\mathcal{R} \doteq * \llbracket b \rightarrow S \rrbracket$, donde el cuerpo S satisface $[S.b \equiv b]$. Utiliza la semántica de los bucles en términos de puntos fijos para demostrar $[\mathcal{R}.X \equiv \neg b \wedge X]$ ¿Que interpretación tiene?

4 Una urna contiene inicialmente 3 bolas rojas y 3 blancas; si el número de bolas de la urna es inferior a dos, termina el juego; si es mayor que uno, se extraen dos bolas, y posteriormente se realizan las siguientes acciones, hasta conseguir que el número de bolas sea menor que dos:

- a.– si son de distinto color, añadimos a la urna un número impar de bolas blancas menor que 6.
- b.– no se añade nada si son del mismo color.

Escribe un programa para simular el juego anterior. Utilizando el Teorema de los Contadores Generalizados prueba que el juego termina con una única bola blanca.

5 Sea el procedimiento recursivo

$$m = \llbracket \begin{array}{l} i > 0 \rightarrow i := i + 1 \\ i \leq 0 \rightarrow i := i + 1; m; i := i + 3 \end{array} \rrbracket$$

Utilizando la semántica de los procedimientos vía puntos fijos, demuestra $\{i = -5\}m\{i = 20\}$. Para ello usa y demuestra (por inducción sobre k) la siguiente equivalencia

$$\forall k : k \in \mathbb{N} : [i = -k + 1 \wedge m.Z \quad \equiv \quad i = -k + 1 \wedge i := 2 + 3k.Z]$$